

**Subiect profil matematică-fizică**

Varianta 1.

I.1. (1p) Să se rezolve inecuația:  $\sqrt{2-x} < x$

2. (1,5p) Să se rezolve sistemul:

$$\begin{cases} 4^x - 5 \cdot 9^y = -1 \\ 4^x + 2^2 \cdot 3^y = 6 \end{cases}$$

3. (1,5p) Pentru  $x, y \in \mathbf{Q}$  se definește legea de compoziție  $x * y = x + y - 5xy$ . Să se cerceteze dacă există  $a \in \mathbf{Q}$  astfel încât  $(\mathbf{Q} - \{a\}, *)$ , să fie grup comutativ.

II. 1. Fie funcția  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = (x^2 + ax + 1)e^x$ , ( $a \in \mathbf{R}$ ).

a) (1p) Să se determine parametrul  $a$  pentru care funcția este crescătoare pe  $\mathbf{R}$ .

b) (0,5p) Pentru  $a=0$  determinați ecuația tangentei la graficul funcției în punctul de intersecție cu axa  $Oy$ .

c) (0,75p) Să se demonstreze că  $g: \mathbf{R} \rightarrow (0, +\infty)$ ,  $g(x) = (x^2 + 1)e^x$  este bijectivă, cu inversa derivabilă în punctul 1 și să se calculeze derivata inversei în punctul 1.

2. (1,25p) Să se calculeze integrala:

$$\int_0^1 x^2 \arctg x \, dx$$

III. Se dă hiperbola  $H$  de ecuație:

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} - 1 = 0$$

a) (0,5p) Să se afle ecuația tangentei la hiperbolă în punctul  $T(2\sqrt{2}, 3)$ .

b) (1p) Să se calculeze aria triunghiului format de asimptotele hiperbolei  $H$  și de dreapta de ecuație  $9x + 2y - 24 = 0$ .