

**Subiect profil matematică-fizică**

Varianta 2.

I. 1. (1,5p) Să se rezolve ecuația:  $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2$

2. (1,5p) Să se discute, în funcție de parametrul real  $a$ , și să se rezolve, următorul sistem:

$$\begin{cases} x - y + az = 1 \\ 2x - ay + 2z = -1 \\ x + ay + az = a - 6 \end{cases}$$

3. (1p) Să se rezolve următorul sistem:  $\begin{cases} A_x^y = 7A_x^{y-1} \\ 6C_x^y = 5C_x^{y+1} \end{cases}$

II. 1. (1p) Să se calculeze următoarea limită:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \left( \sqrt{n^2 + \sqrt{n^4 + 1}} - n\sqrt{2} \right)$$

2. Se consideră funcția  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{ax+b}{x^2+1}$  ( $a, b \in \mathbf{R}$ )

- a) (0,75p) Să se determine  $a, b$  știind că funcția admite în  $x=1$  un extrem egal cu  $\frac{1}{2}$ .
- b) (1,5p) Pentru  $a=1$  și  $b=0$  să se studieze variația și să se reprezinte grafic funcția, folosind și derivata a doua.
- c) (0,75p) Pentru  $a=1$  și  $b=0$  se notează cu  $A(u)$  aria mulțimii cuprinse între axa  $Ox$ , axa  $Oy$ , graficul funcției și dreapta  $x=u$  ( $u>0$ ). Să se determine  $u > \frac{1}{2}$  pentru care  $A(u) < \ln(2u-1)$ .

III. (1p) Se dă cercul de ecuație  $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0$ . Să se scrie ecuația dreptei care trece prin centrul cercului dat și este perpendiculară pe dreapta de ecuație  $2x + 3y - 4 = 0$ .