

Varianta 2

Profilul matematică - fizică, informatică, metrologie

SUBIECTUL I

1. Se consideră x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuației $x^3 + 3x^2 - 9x + m = 0$, $m \in \mathbb{R}$, și determinantul $\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$.

Să se calculeze determinantul Δ în funcție de parametrul real m . Să se determine m astfel încât $m+1+\sqrt{m+1} = \frac{1}{18}\Delta$.

2. Se consideră mulțimea $M = \left\{ A_x = \begin{pmatrix} 1-x & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 \\ x & 0 & 1-x \end{pmatrix} \mid x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\} \right\}$.

Să se demonstreze că înmulțirea matricelor este lege de compoziție internă pe M și că (M, \cdot) este grup abelian.

SUBIECTUL II

1. Se consideră funcția f definită prin $f(x) = 2 \arctan x - \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$.

Să se determine domeniul maxim de definiție D și domeniul de derivabilitate pentru funcția f . Să se precizeze dacă există intervale pe care f este constantă (precizați constanta).

2. Se consideră funcția $f : \left(-\infty, \frac{3}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x\sqrt{3-2x}$.

Să se determine numerele a, b, c astfel încât funcția $F : \left(-\infty, \frac{3}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{3-2x}$ să fie o primitivă a funcției f .

SUBIECTUL III

Se consideră cercul de ecuație $x^2 + y^2 - 6x + 3y - 5 = 0$. Să se determine coordonatele centrului și raza acestui cerc. Să se scrie ecuația tangentei la cerc în punctul $A(-1, -2)$. Să se precizeze poziția punctului $B(0, -4)$ față de cerc.