

Sesiunea august 1999

5.Profilurile fizică-chimie și chimie-biologie - proba f

Varianta nr.3

I. (41 puncte)

- 1) (14p) Se consideră ecuația: $x^2(2x^2+5)-m(x^2+3)=3$, m parametru real.
- Să se precizeze dacă există m astfel încât ecuația să aibă toate rădăcinile reale.
 - Să se precizeze dacă există m astfel încât ecuația să aibă două rădăcini reale.
 - Pentru $m=2$, să se rezolve ecuația în mulțimea numerelor complexe.
- 2) (16p) Se consideră dezvoltarea $(\sqrt{2^x} + \sqrt{2^{1-x}})^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.
- Să se determine n astfel încât suma coeficienților binomiali ai ultimilor trei termeni ai dezvoltării să fie egală cu 22.
 - Pentru $n=6$, să se determine x știind că suma termenilor al treilea și al cincilea este egală cu 135.
- 3) (11p) Se consideră mulțimea numerelor raționale \mathbf{Q} pe care se definește operația $x * y = x + y - 5xy$, $\forall x, y \in \mathbf{Q}$. Să se cerceteze dacă există $a \in \mathbf{Q}$ astfel încât $(\mathbf{Q} - \{a\}, *)$ să fie grup comutativ.

II. (34 puncte)

- 1) (18p) Se consideră funcția $f: \mathbf{R} - \{-3\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + ax}{(x+3)^2}$.
- Să se determine $a \in \mathbf{R}$ pentru care tangenta la graficul funcției în punctul de abscisă 1 este paralelă cu axa Ox .
 - Pentru $a=-3$ să se reprezinte grafic funcția obținută, folosind derivata a doua.
- 2) (16p) Se consideră funcția $f: \left(-\infty, \frac{3}{2}\right) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x\sqrt{3-2x}$. Să se determine numerele reale a, b, c astfel încât funcția $F: \left(-\infty, \frac{3}{2}\right) \rightarrow \mathbf{R}$, $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{3-2x}$, să fie primitivă a funcției f .

III. (15 puncte)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(0,3)$, $B(-6,0)$.

- Scieți ecuațiile medianelor duse din A și B și determinați coordonatele lui G , centrul de greutate al triunghiului AOB . Reprezentați punctele și dreptele.
- Care este poziția centrului cercului circumscris, dar a ortocentrului triunghiului AOB ? Demonstrați că aceste două puncte și G sunt coliniare.