

Sesiunea iunie-iulie 1999

3.Profilurile economic, fizică-chimie și chimie-biologie

Varianta nr.2

I. (40 puncte)

1) (12p) Să se rezolve ecuația: $\log_x \sqrt{5} + \log_x (5x) = \frac{9}{4} + (\log_x \sqrt{5})^2$.

2) (12p) Se consideră dezvoltarea: $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^n$, $x \in \mathbb{R}$, $x > 0$, $n \in \mathbb{N}^*$, $n \geq 2$.

a) Să se determine n astfel încât $C_n^2 = C_n^1 + 44$.

b) Pentru $n=11$, verificați dacă există un termen al dezvoltării care nu conține pe x . Justificați răspunsul.

3) (16p) Se consideră $\omega \in \mathbb{C}$, $\omega = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ și matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & \omega & \omega^2 & \omega^3 \\ \omega & \omega^2 & \omega^3 & 1 \\ \omega^2 & \omega^3 & 1 & \omega \\ \omega^3 & 1 & \omega & \omega^2 \end{pmatrix}$.

a) Să se verifice că $\omega^2 + \omega + 1 = 0$ și $\omega^3 = 1$.

b) Să se arate că $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

II. (35 puncte)

1) (20p) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3^{-2x} - 2 \cdot 3^{-x}$.

a) Să se calculeze limitele funcției spre $+\infty$ și $-\infty$.

b) Să se stabilească domeniul de derivabilitate și să se calculeze derivata funcției f . Precizați monotonia și punctele de extrem ale funcției f .

c) Să se determine punctele de inflexiune ale funcției f .

2) (15p) Se consideră integrala $I = \int_1^2 (m^2 + (4-4m)x + 4x^3) dx$, m parametru real.

a) Să se calculeze integrala.

b) Să se determine m astfel încât $I \leq 12$.

III. (15p) În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctul $M(2,3)$ și dreptele d_1, d_2 de ecuații

$d_1: x+y-2=0$ și $d_2: 3x-2y+1=0$.

Se notează cu A , punctul de intersecție al dreptelor d_1 și d_2 .

a) Să se determine coordonatele punctului A . Să se reprezinte grafic dreptele d_1 și d_2 .

b) Să se scrie ecuația dreptei AM .

c) Să se scrie ecuația dreptei care trece prin A și este paralelă cu prima bisectoare.