

Sesiunea iunie-iulie 1999

3.Profilurile economic, fizică-chimie și chimie-biologie

Varianta nr.4

I. (40 puncte)

1) (10p) Se consideră dezvoltarea $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$, $n \in \mathbf{N}^*$.

a) Să se determine $n \in \mathbf{N}^*$, știind că suma primilor trei coeficienți ai dezvoltării este 46.

b) Pentru $n=9$, verificați dacă există un termen al dezvoltării care nu conține pe x .

2) (12p) Se consideră relația $x^2 + 2tx - 3t^2 = 0$.

a) Determinați x în funcție de t .

b) Rezolvați în mulțimea numerelor complexe ecuația: $(z^2 + 2z + 1)^2 + 2z(z^2 + 2z + 1) - 3z^2 = 0$.

3) (18p) Se consideră sistemul (S)
$$\begin{cases} 3x + 4y + z + 2t = 3 \\ 6x + 8y + 2z + 5t = 7 \\ 9x + 12y + 3z + 10t = 13 \end{cases}$$
.

a) Sistemul admite soluțiile $x=-1, y=1, z=0, t=1$, respectiv $x=1, y=0, z=-2, t=1$? Justificați răspunsul.

b) Să se rezolve sistemul.

II. (36 puncte)

1) (24p) Se consideră expresia $f(x) = \frac{x^3 + 4}{x^2}$.

a) Să se reprezinte grafic funcția f definită prin legea $f(x)$.

b) Să se discute în funcție de parametrul real m numărul soluțiilor reale ale ecuației $f(x)=m$.

2) (12p) a) Se consideră funcția $f: [-a, a] \rightarrow \mathbf{R}$, ($a > 0$), continuă. Justificați următoarele afirmații:

(1) Dacă f este funcție pară, atunci $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$;

(2) Dacă f este funcție impară, atunci $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$.

b) Să se calculeze următoarele integrale: $I = \int_{-2}^2 x^2 \cdot e^{|x|} dx$ și $J = \int_{-2}^2 x^3 \cdot e^{|x|} dx$.

III. (14 puncte)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctul $M(5,0)$ și elipsa de ecuație $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

a) Reprezentați elipsa și precizați, prin calcul, poziția punctului M față de elipsă.

b) Să se determine coordonatele punctelor P situate pe elipsă, astfel încât tangenta în P la elipsă să treacă prin M . Scrieți ecuațiile tangentelor la elipsă. Determinați pantele tangentelor.