

Sesiunea iunie-iulie 1999

3.Profilurile economic, fizică-chimie și chimie-biologie

Varianta nr.5

I. (40 puncte)

- 1) (12p) Să se rezolve ecuația $3\log_x 4 + 2\log_{4x} 4 + 3\log_{16x} 4 = 0$.
- 2) (12p) Să se rezolve inecuația $a^2 - 9^{x+1} - 8 \cdot 3^x \cdot a > 0$, unde a este parametru real, $a > 0$.
- 3) (16p) Se consideră sistemul (S)
$$\begin{cases} 2x - y + 5z + 7t = 0 \\ 4x - 2y + 7z + 5t = 0 \\ 2x - y + z - 5t = 0 \end{cases}$$
 - a) Sistemul admite soluțiile $x=-8, y=8, z=-3, t=1$, respectiv $x=4, y=8, z=0, t=0$? Justificați răspunsul.
 - b) Să se rezolve sistemul

II. (36 puncte)

- 1) (24p) Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = m^2 x^3 + mx^2 - x - 3$, m parametru real, $m \neq 0$.
 - a) Să se arate că pentru orice m , $m \neq 0$, funcția are două puncte de extrem.
 - b) Pentru $m = -\frac{1}{3}$, reprezentați grafic funcția obținută.
- 2) (12p) Se consideră șirurile $(I_n)_{n \geq 1}$ și $(J_n)_{n \geq 1}$ definite astfel:

$$I_n = \int_1^e x^n \ln x dx; \quad J_n = \int_1^e x^n (\ln x)^2 dx$$

- a) Să se determine I_n
Să se stabilească o relație între I_n și J_n .
- b) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{I_n - J_n}{e^{n+1}}$.

III. (14 puncte)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(-1,2)$ și $B(1,4)$.

- a) Să se determine ecuația cercului C de centru A și care trece prin B . Reprezentați cercul C .
- b) Să se scrie ecuațiile tangentelor la cerc în punctele care au abscisa $x=-1$.
Să se arate că tangentele sunt paralele cu axa Ox .