

Sesiunea iunie-iulie 1999

2.Profilurile industrial, agricol, silvic și sportiv-real

Varianta nr.1

I. (38 puncte)

- 1) (12p) Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 + ax + b$, a și b parametri reali.
Să se determine a și b astfel încât să fie îndeplinite simultan următoarele condiții:
- graficul funcției să intersecteze dreapta $y = 3x - 4$ în punctul de abscisă 1;
 - ordonata vârfului parabolei să fie egală cu 1.
- 2) (12p) Se consideră a, b, c și x numere reale strict pozitive și diferite de 1.
Să se demonstreze că următoarea echivalență este adevărată: a, b, c sunt termenii succesivi ai unei progresii aritmetice dacă și numai dacă $\frac{1}{\log_a x}$, $\frac{1}{\log_b x}$, și $\frac{1}{\log_c x}$ sunt termenii succesivi ai unei progresii aritmetice.

3) (14p) Se consideră determinantul $\Delta(x) = \begin{vmatrix} 1-x^2 & x^2 & x \\ x & x & -x \\ 1+x^2 & x^2 & -x^2 \end{vmatrix}$.

- b) Să se arate că $\Delta(-1) = 0$.
b) Să se rezolve ecuația $\Delta(x) = 0$.

II. (37 puncte)

- 1) (21p) Se consideră expresia $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$.
- a) Să se determine domeniul funcției f definită prin legea $f(x)$.
b) Să se stabilească domeniul de derivabilitate și să se calculeze derivata funcției f . Precizați monotonia și punctele de extrem ale funcției f .
c) Stabiliți intervalele de convexitate (concavitate) ale funcției.
- 2) (16p) Să se determine primitivele următoarelor funcții:
- a) $f: (4, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{4x - 10}{x^2 - 5x + 4}$;
b) $f: (e^4, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x} \cdot \frac{4 \ln x - 10}{\ln^2 x - 5 \ln x + 4}$.

III. (15 puncte)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră triunghiul care are laturile pe drepte:

$$(AB): 2x + 3y - 7 = 0$$

$$(BC): x - 4y + 13 = 0$$

$$(AC): 4x - 5y - 3 = 0$$

- a) Determinați coordonatele vârfurilor triunghiului. Reprezentați triunghiul ABC.
b) Scrieți ecuațiile mediatoarelor segmentelor $[AB]$ și $[BC]$. Determinați coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului ABC.