

Sesiunea iunie-iulie 1999

2.Profilurile industrial, agricol, silvic și sportiv-real

Varianta nr.5

I. (37 puncte)

1) (15p) Se consideră dezvoltarea $(x + x^{\lg x})^5$, $x \in \mathbf{R}$, $x > 0$.
Să se determine x , știind că al treilea termen al dezvoltării este 10^6 .

2) (11p) Se consideră ecuația $x^3 - 2x^2 + x - 2 = 0$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Să se rezolve ecuația în mulțimea numerelor complexe.

b) Să se determine ecuația de gradul al treilea care are rădăcinile:

$$y_1 = x_2 + x_3 + 2x_1; y_2 = x_1 + x_3 + 2x_2; y_3 = x_1 + x_2 + 2x_3.$$

3) (11p) Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 2 & 10 & 8 \\ 3 & 15 & 12 \end{pmatrix}$.

a) Să se determine rangul matricei A.

b) Să se studieze compatibilitatea sistemului (S) $\begin{cases} x + 5y + 4z = 1 \\ 2x + 10y + 8z = 3 \\ 3x + 15y + 12z = 5 \end{cases}$.

II. (39 puncte)

1) (27p) Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \setminus \{-3\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + ax}{(x+3)^2}$, a parametru real.

a) Să se determine $a \in \mathbf{R}$ astfel încât tangenta la graficul funcției f în punctul de abscisă 1 să fie paralelă cu axa Ox.

b) Pentru $a = -3$, să se reprezinte grafic funcția f (folosind și derivata a II-a).

2) (12p) Se consideră funcțiile $f, g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$, $g(x) = 2 \ln(1 + e^x) - x$.

a) Să se arate că funcția g este o primitivă a funcției f .

b) Să se stabilească semnul funcției f pe intervalul $[-1, 1]$.

Să se calculeze aria suprafeței plane limitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuație $x = -1$, $x = 1$.

III. (14 puncte)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctul $B(1, 4)$ și dreptele d_1, d_2 de ecuații $d_1: x + y - 5 = 0$, $d_2: x - y - 1 = 0$.

a) Să se determine coordonatele lui A, punctul de intersecție al celor două drepte. Reprezentați dreptele și calculați lungimea segmentului $[AB]$.

b) Scrieți ecuația cercului de centru A și care trece prin B.