Sesiunea iunie-iulie 1999

1.Profilurile matematică-fizică, informatică şi metrologie

Varianta nr.5

I. (38 puncte)

1) **(18p)** Să se rezolve inecuaţia $\sqrt{\log_3(9x-3)} \le \log_3\left(x-\frac{1}{3}\right)$.

2) **(20p) a)** Calculaţi determinantul $\Delta = \begin{vmatrix} x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$, scriind rezultatul ca produs de factori.

b) Să se demonstreze că dacă polinomul f∈**C**[X], f=aX^2+bX+c (a,b,c parametri), are trei rădăcini distincte, atunci a=b=c=0.

a) Să se determine valorile parametrului real m pentru care ecuaţia: (m^2-3m+2)x^2-(m^2-5m+4)x+m-m^2=0 are cel puţin trei rădăcini distincte.

II. (38 puncte)

1) **(19p)** Se consideră expresia $f(x) = \ln\frac{1+x}{1-x}$.

a) Să se determine domeniul şi domeniul de derivabilitate al funcţiei f definită prin legea f(x).

b) Să se stabilească monotonia şi punctele de inflexiune ale funcţiei f.

c) Precizaţi semnul funcţiei f şi calculaţi aria suprafeţei plane limitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţie x=-$\frac{1}{2}$, x=$\frac{1}{2}$.

2) **(19p)** Se consideră şirul $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (tgx)^n dx, n \in N, n \ge 2.$

a) Să se calculeze I_2.

Să se demonstreze că $I_n + I_{n+2} = \frac{1}{n+1}, n \in N, n \ge 2$.

b) Să se arate că $I_n \ge 0$, să se stabilească monotonia şi să se precizeze dacă şirul este convergent.

c) Demonstraţi că $I_{n+2} \le \frac{1}{n+1}, \forall n, n \in N$, şi calculaţi limita şirului $(I_n)_{n\ge 2}$.

III. (14 puncte)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră elipsele de ecuaţii: $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ şi $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$.

Pentru fiecare elipsă să se scrie ecuaţia tangentei în punctul de abscisă 3 şi ordonată negativă. Să se arate că cele două tangente se intersec-tează într-un punct situat pe axa Ox. Reprezentaţi grafic elipsele şi tangentele.