

Sesiunea iunie-iulie 1999

4.Profilul pedagogic

Varianta nr.2

I. (30 puncte)

- 1) (10p) Într-un depozit erau 185 t de cărbuni, iar în altul 237 t. Din primul depozit s-au luat 15 t de cărbuni pe zi, iar din al doilea câte 18 t pe zi. După câte zile a rămas în depozitul al doilea $1\frac{1}{2}$ ori mai mult cărbune decât în primul depozit ?
- 2) (10p) Într-o curte sunt în total 56 de păsări și vite care au împreună 124 de picioare. Câte păsări și câte vite sunt în curte ?
- 3) (10p) Dacă se așează câte 2 elevi într-o bancă, rămân 3 elevi în picioare, iar dacă se așează câte 3 elevi într-o bancă rămân 3 bănci libere și una ocupată doar de 2 elevi. Câți elevi și câte bănci are clasa ?

II. (35 puncte)

- 1) (10p) Se consideră expresia: $E(x) = \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$.
 - a) Precizați mulțimea valorilor lui x pentru care are sens expresia.
 - b) Care este valoarea expresiei pentru $x = \frac{2a}{1+a^2}$, unde $a \in \mathbf{R}$.
- 2) (9p) Se consideră șirul $(b_n)_{n \geq 1}$ progresie geometrică, $b_1 \neq 0$ și rația q; se notează cu S_n suma primilor n termeni. Dacă $a_6 - a_4 = 216$, $a_3 - a_1 = 8$, $S_n = 40$, să se determine primul termen, rația progresiei și numărul de termeni ai sumei.
- 3) (16p) Se consideră $M_2(\mathbf{R})$ mulțimea matricelor pătratice de ordin doi peste \mathbf{R} , matricea $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$ și submulțimea $G = \{B = aA + bI_2 / a, b \in \mathbf{R}\}$.
 - a) Să se arate că $A^2 = 2A - I_2$.
 - b) Să se demonstreze că G este parte stabilă a lui $M_2(\mathbf{R})$ în raport cu operația de înmulțire a matricelor și că (G, \cdot) are o structură de monoid.
Legea este comutativă pe G ? Justificați răspunsul.

III. (25 puncte)

- 1) (13p) Se consideră triunghiul ABC înscris în cercul de centru O. Se notează cu: d_1 paralela la dreapta AC dusă prin B, d_2 paralela la dreapta AB dusă prin C, d_3 tangenta la cerc dusă prin A. Dacă M și N sunt intersecțiile tangentei d_3 cu d_1 , respectiv d_2 , să se arate că triunghiurile ABC, BMA și CAN sunt asemenea, iar $BC^2 = AM \cdot AN$.
- 2) (12p) Se consideră planele paralele α și β , punctele distincte A și B situate în planul α , iar punctele distincte C și D situate în planul β ; $AC = 37\text{cm}$, $BD = 125\text{cm}$. Dacă lungimea proiecției segmentului [AC] pe unul din plane este 12cm, să se calculeze lungimea proiecției segmentului [BD] pe plane.