

Sesiunea iunie-iulie 1999

4.Profilul pedagogic

Varianta nr.3

I. (30 puncte)

- 1) (10p) Prin 10 robinete în 4 ore curg 24.000 l de apă. Dacă debitul este același, în câte ore vor curge 21.600 l apă în 12 robinete ?
- 2) (10p) Dacă dintr-un număr n de trei cifre scădem 7, el se împarte la 7; dacă scădem 8, el se împarte la 8, iar dacă scădem 9, el se împarte cu 9. Determinați cel mai mic număr cu această proprietate.
- 3) (10p) În corul școlii numărul fetelor este de două ori mai mare decât numărul băieților. La o repetiție au lipsit motivat 3 băieți și astfel numărul fetelor a devenit de 3 ori mai mare decât numărul băieților. Câte fete și câți băieți sunt în corul școlii ?

II. (35 puncte)

- 1) (10p) Se consideră șirul $(b_n)_{n \geq 1}$ progresie geometrică cu rația $q=2$. Să se determine $n \in \mathbf{N}^*$ astfel încât $b_n=96$ și suma primilor n termeni ai progresiei să fie egală cu 189.

- 2) (10p) Se consideră dezvoltarea $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$, $x \in \mathbf{R}$, $x > 0$, $n \in \mathbf{N}^*$.

- a) Să se determine n astfel încât coeficientul binomial al termenului al treilea să fie 36.
 - b) Pentru $n=9$, verificați dacă există un termen al dezvoltării care conține pe x^3 . Justificați răspunsul.
- 3) (15p) Se consideră submulțimea numerelor reale $G=(2, \infty) - \{3\}$ pe care se definește operația

$$x * y = (x - 2)^{\frac{1}{3} \ln(y-2)} + 2.$$

- a) Să se demonstreze că operația "*" este lege de compoziție pe G .
- b) Să se demonstreze că G , împreună cu legea "*", formează o structură de grup comutativ.

III. (25 puncte)

- 1) (10p) Fie E un punct interior pătratului $ABCD$ și F un punct exterior acestuia, astfel încât triunghiurile ABE și BCF să fie echilaterale. Să se arate că punctele D, E și F sunt coliniare.
- 2) (15p) Se consideră tetraedrul $ABCD$ cu proprietatea $AB=AC=AD=BC=BD=a$ și $CD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $a > 0$; E mijlocul segmentului $[AB]$.
 - a) Să se demonstreze că AB este perpendiculară pe planul (CDE) .
 - b) Dacă CM este perpendiculară pe DE , $M \in [DE]$, să se arate că CM este perpendiculară pe planul (ABD) . Să se calculeze volumul tetraedrului.