

Sesiunea iunie-iulie 1999

4.Profilul pedagogic

Varianta nr.4

I. (30 puncte)

- 1) (10p) O lucrare trebuie predată în 21 zile. 12 muncitori lucrează 14 zile $\frac{4}{7}$ din lucrare. Câți muncitori mai trebuie angajați pentru a se respecta termenul ?
- 2) (10p) Diferența a două numere este 35. Împărțind numărul cel mare la numărul cel mic, obținem câtul 4 și restul 2. Găsiți cele două numere.
- 3) (10p) La o librărie s-au vândut într-o zi: creioane, gume de 4 ori mai puține decât creioane, caiete cu 100 mai multe decât gume, ascuțitori de 7 ori mai puține decât caiete, iar rigle de 4 ori mai multe decât ascuțitori. Știind că numărul riglelor este 60 să se afle câte creioane s-au vândut ?

II. (35 puncte)

- 1) (11p) Se consideră familia de funcții $f_m: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f_m(x) = (m^2 - 1)x^2 - 2(m^2 + 2)x + m^2 - 4$, $m \in \mathbf{R} \setminus \{-1, +1\}$.
 - a) Să se arate că pentru orice $m \in \mathbf{R} \setminus \{-1, +1\}$, $f_m(1) = -9$.
 - b) Să se determine valorile parametrului m pentru care inegalitatea $f_m(x) \leq 1$ este adevărată pentru orice x real.
- 2) (12p) Să se demonstreze că pentru orice $n \in \mathbf{N}^*$, este adevărată egalitatea: $(n+1) \cdot (n+2) \cdot \dots \cdot (n+n) = 2^n \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)$.

- 3) (12p) Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 2 & 10 & 8 \\ 3 & 15 & 12 \end{pmatrix}$.

a) Să se determine rangul matricei A.

- b) Să se studieze compatibilitatea sistemului (S) $\begin{cases} x + 5y + 4z = 1 \\ 2x + 10y + 8z + 3 = 0 \\ 3x + 15y + 12z = 5 \end{cases}$.

III. (25 puncte)

- 1) (10p) Se consideră ABCD patrulater inscriptibil, [AB] și [BD] diagonale concurente în E.
 - a) Să se demonstreze că triunghiurile BEC și AED sunt asemenea.
 - b) Să se arate că raportul ariilor triunghiurilor ABD și BCD este $\frac{AB \cdot AD}{BC \cdot CD}$.
- 2) (15p) Se consideră un trunchi de con circumscris unei sfere.
Să se arate că raportul ariilor acestor corpuri este egal cu raportul volumelor lor (pentru trunchiul de con se va lua aria totală).