Soluţii

Sesiunea iunie-iulie 1999

5. Profilul uman – proba c

Varianta nr.3

I. 1) a) Punem condiţia: $C_n^2 = 105 \Rightarrow$ n=15

b) Folosind formula termenului general, obţinem: $T_{k+1} = C_{15}^k (9x)^{15-k} \left(\frac{-\sqrt{3}}{3\sqrt{x}}\right)^k$ şi presupunând că există termenul care-l conţine pe x^5 vom avea de determinat pe k din relaţia $15 - k - \frac{k}{2} = 5$, cu soluţia $k = \frac{20}{3}$ care nu convine deoarece nu este număr natural. Deci nici un termen al dezvoltării nu-l conţine pe x^5.

2) a) Ecuaţia se poate scrie $(x+1)(x-1)(x^2+x+2)=0$ cu rădăcinile raţionale $x_1=1$, $x_2=-1$.

b) $x_{3,4} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-8}}{2} = \frac{-1 \pm i\sqrt{7}}{2}$. Deci soluţiile ecuaţiei în **C** sunt $x \in \left\{-1, 1, \frac{-1+i\sqrt{7}}{2}, \frac{-1-i\sqrt{7}}{2}\right\}$.

3) Soluţiile sistemului sunt $\begin{cases} x = 2 \\ y = -\frac{1}{m} \end{cases}$, dacă m∈**R**-{0,3}

Dacă m=0 avem sistem incompatibil.

Dacă m=-3 avem sistem compatibil simplu nedeterminat, cu soluţiile x=α, $y = \frac{\alpha - 1}{3}$, α∈**R**.

II. 1) a) b) $f'(x) = \frac{2(x+1)(x-1)}{(x^2+x+1)^2}$. Monotonia şi punctele de extrem , precum şi

limitele la $\mp\infty$ rezultă din tabelul:

x	-∞		-1		1		+∞
f'(x)	+	+	0	-	0	+	+
f(x)		$\nearrow$	3	$\searrow$	m	$\nearrow$	
	1		M		$\frac{1}{3}$		1

2) a) $S_4 = \ln\frac{1}{5}$

b) Avem: $S_1 = \ln 1 - \ln 2 = \ln\frac{1}{2}$

Presupunem că $S_k = \ln\frac{1}{k+1}$ şi demonstrăm că ∀k∈**N**, $S_{k+1} = \ln\frac{1}{k+2}$

$S_{k+1} = S_k + a_k + 1 = \ln\frac{1}{k+1} + \ln(k+1) - \ln(k+2) = \ln\frac{1}{k+2}$. Deci $S_n = \ln\frac{1}{n+1}$ şi $\lim_{n\to\infty} S_n = -\infty$

3) Formularea este incompletă deoarece avem f(1)=0 şi f(2)=-$\frac{9}{2}$, iar f'(x)<0 pe

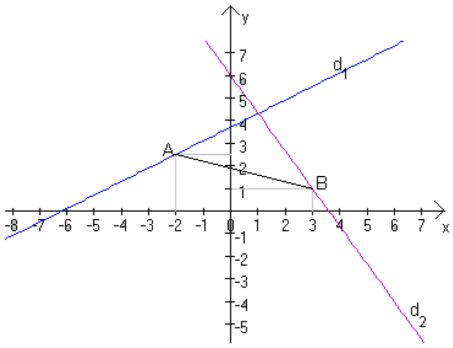
intervalul [1,2] deci f este strict descrescătoare şi în consecinţă ea nu mai intersectează axa Ox pe acest interval.

III. a) Vom scrie ecuaţia dreptei care trece printr-un punct şi are un coeficient

unghiular dat: $y-y_0=m(x-x_0)$.

$d_1 : \left(y-\frac{5}{2}\right) = \frac{3}{5}(x+2) \Leftrightarrow y = \frac{3}{5}x + \frac{37}{10}$ **b)**

$d_2 : (y-1) = -\frac{5}{3}(x-3) \Leftrightarrow y = -\frac{5}{3}x + 6$



c) $d(A,B) = \sqrt{(1-3)^2 + \left(\frac{5}{2}-1\right)^2} = \frac{\sqrt{109}}{2}$

$(x+2)^2 + \left(y-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{109}{2}$.