

Soluții

Sesiunea iunie-iulie 1999

5. Profilul uman – proba c

Varianta nr.4

I. 1) a) Notăm $\frac{1}{x} = t$. Ecuația devine: $t^2 + 5t - 6 = 0$ cu soluțiile $t_1 = 1, t_2 = -6$.

Revenim la noații și obținem: $x_1 = 1, x_2 = -\frac{1}{6}$.

b) Aplicând proprietățile logaritmilor obținem:

$$\log_4 \frac{x+3}{x-1} = \log_4 2 \Rightarrow \frac{x+3}{x-1} = 2 \Rightarrow x = 5 \text{ care este soluție convenabilă.}$$

$$\mathbf{2) a)} \begin{cases} xy = 192 \\ xy - x = 189 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 192 \\ 192 - x = 189 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 64 \end{cases}.$$

b) Folosind formulele cunoscute $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$ și $b_n = b_1 q^{n-1}$ obținem sistemul:
$$\begin{cases} 189 = \frac{b_1(1-2^n)}{1-2} \\ b_1 \cdot 2^{n-1} = 96 \end{cases}$$
 cu soluțiile:

$$\begin{cases} b_1 = 3 \\ n = 6 \end{cases}.$$

3) a) Ecuația devine: $(x-1)(x-3)(x^2+2x+4)=0$ cu soluțiile $x_1=1, x_2=3$.

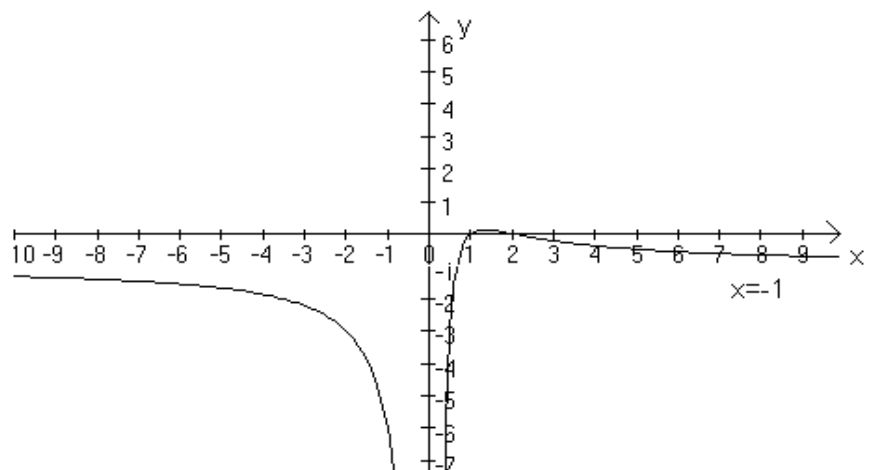
b) $x_1=1, x_2=3, x_3=-1+i\sqrt{3}, x_4=-1-i\sqrt{3}$.

II. 1) Tabelul de variație al funcției:

x	$-\infty$	0	1	$\frac{4}{3}$	2	$+\infty$
f'(x)	- -		+ + +	0	- - -	-
f(x)	-1	-∞	+	$\frac{1}{8}$	0	-1

\swarrow \nearrow \swarrow \nearrow \swarrow \nearrow

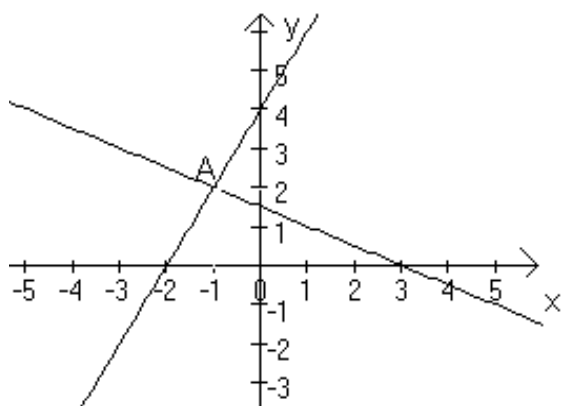
Graficul funcției:



2) Folosind formula de integrare prin părți de două ori obținem:

$$I = (x^2 - x)e^x \Big|_1^2 - (2x - 1)e^x \Big|_1^2 + 2e^x \Big|_1^2 = e^2 - e.$$

III. a) Coordonatele lui A rezultă rezolvând sistemul format de ecuațiile dreptelor



d_1 și d_2 cu soluțiile $x=-1$, $y=2$. Deci $A(-1,2)$. Pantele dreptelor

$$m_{d_1} = 2 \text{ și } m_{d_2} = -\frac{1}{2}.$$

b) Punem condiția $y=2(-5)+4=-6 \Rightarrow B(-5,-6)$ și

$$-1 = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \Rightarrow$$

$$d(B, C) = \sqrt{(5-5)^2 + (-6+1)^2} = 5\sqrt{3}.$$