# Soluţii

## Sesiunea iunie-iulie 1999

### *5. Profilul uman – proba c*

Varianta nr.5

**I. 1) a)** Ecuaţia este echivalentă cu următoarea: $2\cdot 2^x + 4\cdot\frac{1}{2^x} = 9$.

Notăm $2^x$=t şi obţinem $2t^2$-9t+4=0 cu soluţiile $t_1$=4 şi $t_2$=$\frac{1}{2}$.

Revenim la notaţie şi obţinem $x_1$=2 şi $x_2$=-1.

**b)** Notăm $\log_3 x$=t. Ecuaţia devine $4t^2$-17t+4=0 cu soluţiile $t_1$=$\frac{1}{4}$ şi $t_2$=4. Revenind obţinem $x_1$=$\sqrt[4]{3}$ şi $x_2$=81.

**2) a)** f:**R**→**R**, f(x)=$ax^2$+bx+c, a,b,c∈**R** se determină rezolvând sistemul.

$$\begin{cases} a\cdot(-1)^2 + b\cdot(-1) + c = 6 \\ a\cdot 2^2 + b\cdot 2 + c = 3 \\ a\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + b\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) + c = 3 \end{cases}$$

cu soluţiile a=2, b=-3, c=1, deci f(x)=$2x^2$-3x+1.

**b)** A(0,1), B(1,0), $C\left(\frac{1}{2},0\right)$.

**3) a)** ∀x,y∈(-1,-∞) avem xy+x+y>-1 ⇔ (x+1)(y+1)>0 inegalitate evidentă

ţinând cănt că x>-1 şi y>-1.

**b)** asociativitatea rezultă imediat, elementul neutru este 0, elemente simetrizabile, comutativitatea , rezultă imediat: $x' = -\frac{x}{x+1}$

**II. 1) a)** $f'(x) = \frac{-2x}{(x-1)^3}$ funcţia este strict descrescătoare pe intervalul (-∞,0], strict

crescătoare pe (0,1), strict descrescătoare pe (1,+∞). Punctul O(0,0) este punct de minim local pentru graficul funcţiei.

**b)** $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} \frac{2x-1}{x^2-2x+1} = +\infty,\ \lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} \frac{2x-1}{x^2-2x+1} = +\infty$

**c)** $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x-1}{x^2-2x+1} = 0,\ \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2x-1}{x^2-2x+1} = 0$

**2) a)** Inecuaţia este echivalentă cu $2x^2$-8x≤0 cu soluţia x∈[0,4].

**b)** Se reprezintă grafic f şi g, se află punctele de intersecţie ale graficelor şi se calculează aria ca suma unor integrale simple de funcţii polinomialeşi se obţine A=$\frac{64}{3}$

**III. a)** $\Delta$ABC este dreptunghic deoarece avem $d^2(AC)=d^2(AB)+d^2(BC) \Leftrightarrow 10=10$.

**b)** Centrul cercului circumscris va fi mijlocul lui [AC], deci $x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} = 0,\ y_m = \frac{y_1 + y_2}{2} = 3$. Ecuaţia cercului va fi $(x-0)^2 + (y-3)^2 = \frac{5}{2}$. Punctul B(-5,2) nu aparţine cercului deoarece $(-5)^2+(2-3)^2 \neq \frac{5}{2}$.