

Sesiunea iunie-iulie 1999

6.Profilul uman – proba c

Varianta nr.1

I. (40 puncte)

1) (10p) Să se rezolve ecuațiile:

a) $2^{2x-3} = 4^{x^2-3x-1}$;

b) $\lg(x-3)+\lg(x+6)=\lg 2+\lg 5$.

2) (9p) Se consideră șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ progresie aritmetică în care $a_9=5 \cdot a_2$ și $a_{13}=2 \cdot a_6+5$.

a) Să se determine primul termen și rația progresiei.

b) Să se calculeze suma primilor 100 de termeni ai progresiei.

3) (21p) Se consideră submulțimea numerelor reale $G=[2,+\infty)$ și operația $x*y=xy-2(x+y)+6, \forall x,y \in G$.

a) Să se arate că operația "*" este lege de compoziție pe G.

b) Să se demonstreze că legea este asociativă și admite element neutru.

Care sunt elementele simetrizabile în raport cu această lege ?

II. (35 puncte)

1) (16p) Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{(x-2)(2x+1)}{x^2}$.

a) Să se stabilească monotonia și punctele de extrem ale funcției f.

b) Graficul funcției f admite puncte de inflexiune ? Justificați răspunsul.

2) (11p) Să se calculeze următoarele limite:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 8x + 12}$;

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 3}{2^x - 3}$;

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x + 3}{2^x - 3}$.

3) (8p) Să se determine $b \in \mathbf{R}, b \neq 1$, astfel încât $\int_1^b (b-4x)dx = 6-5b$.

III. (15 puncte)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctul $M\left(-\frac{4}{5}, 1\right)$ și dreptele d_1 și d_2 de ecuații $d_1: x+6y+5=0$,

respectiv $d_2: 3x-2y+1=0$.

a) Să se reprezinte dreptele.

b) Determinați coordonatele punctului A, intersecția dreptelor d_1 și d_2 .

Scrieți ecuația dreptei AM.

Scrieți ecuația cercului de centru A și care trece prin M