

Sesiunea iunie-iulie 1999

6.Profilul uman – proba c

Varianta nr.2

I. (40 puncte)

1) (14p) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale următoarele ecuații:

a) $\frac{6}{x^2-1} - \frac{2}{x-1} = 2 - \frac{x+4}{x+1}$;

b) $4^x - 10 \cdot 2^{x-1} = 24$.

2) (10p) Se consideră $a, b \in \mathbf{R}$, $a, b > 0$, astfel încât $a^2 + 4b^2 = 12ab$.

Să se arate că este adevărată relația: $2\lg(a+2b) - 4\lg 2 = \lg a + \lg b$.

3) (16p) Să se rezolve sistemul
$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - y + 3z = 9 \\ -3x + 4y + 2z = 11 \end{cases}$$

II. (35 puncte)

1) (10p) Să se calculeze următoarele limite:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-1} - \frac{2-3x^2}{x^2+1} \right)$.

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{\sqrt{x-2}-1}$.

2) (17p) Să se construiască graficul funcției $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -3x^3 + x + 4$.
(utilizând și derivata a doua)

3) (8p) Se consideră funcția $f: (-\infty, 3) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{2} - 3x + \frac{2}{(x-3)^3}$.

a) Determinați primitivele funcției f .

b) Precizați primitiva F care verifică $F(-1) = 0$.

III. (15 puncte)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele: $A(1,2)$, $B(3,1)$, $C(2,-1)$.

a) Reprezentați punctele.

Scrieți ecuația dreptei AB . Verificați, prin calcul, că punctele A , B , C sunt necoliniare.

b) Calculați distanțele AB , AC și BC .

Demonstrați că triunghiul ABC este dreptunghic.

Precizați coordonatele centrului și raza cercului circumscris triunghiului ABC .