

Sesiunea iunie-iulie 1999

6.Profilul uman – proba c

Varianta nr.5

I. (40 puncte)

1) (12p) Să se rezolve următoarele ecuații:

a) $15 \cdot 2^{x+1} + 15 \cdot 2^{-x+2} = 135$;

b) $4(\log_3 x)^2 - 17(\log_3 x) + 4 = 0$.

2) (12p)

a) Să se determine funcția de gradul al doilea, știind că graficul funcției trece prin punctele A(-1,6), B(2,3),

$$C\left(-\frac{1}{2}, 3\right).$$

b) Considerând funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$, să se determine punctele de intersecție ale graficului funcției cu axele de coordonate.

3) (16p) Se consideră submulțimea numerelor reale $G = (-1, \infty)$ și operația $x * y = xy + x + y$, $\forall x, y \in G$.

a) Să se arate că operația "*" este lege de compoziție pe G.

b) Să se demonstreze că $(G, *)$ formează o structură de grup comutativ.

II. (35 puncte)

1) (23p) Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{2x-1}{x^2-2x+1}$.

a) Să se stabilească monotonia și punctele de extrem ale funcției f.

b) Să se calculeze limitele laterale ale funcției în punctul $x=1$.

c) Să se calculeze limitele funcției spre $+\infty$ și $-\infty$.

2) (12p) Se consideră funcțiile $f, g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 - 5x + 3$ și $g = 3 + 3x - x^2$.

a) Să se rezolve inecuația $f(x) \leq g(x)$.

b) Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficele celor două funcții și dreptele de ecuații $x=0$, $x=4$.

III. (15 puncte)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele de coordonate: A(4,6), B(4,0), C(-4,0).

a) Reprezentați punctele și arătați că triunghiul ABC este dreptunghic.

b) Scrieți ecuația cercului circumscris triunghiului ABC. Precizați centrul și raza cercului. Punctul B(-5,2) aparține cercului ? Justificați, prin calcul, răspunsul.