

Sesiunea iunie-iulie 1999

5.Profil uman – proba f

Varianta nr.3

I. (40 puncte)

1) (14p) Se consideră funcțiile $f, g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 4x - x^2$ și $g(x) = x^2 - 6x + m$, m parametru real.

a) Determinați m astfel încât $A(1,3)$ să fie punct comun graficelor celor două funcții.

b) Pentru $m=8$, reprezentați grafic cele două funcții în același sistem de coordonate.

2) (12p) Să se rezolve următoarele ecuații:

a) $t^3 - 3t + 2 = 0$;

b) $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_{\frac{1}{3}}(x+1) + \log_{\sqrt{3}}(5-x) = 0$.

3) (14p) Se consideră determinantul $\Delta(x) = \begin{vmatrix} 6-x & 2 & 2 \\ 2 & 3-x & -4 \\ 2 & -4 & 3-x \end{vmatrix}$.

a) Să se arate că $\Delta(7) = 0$.

b) Să se rezolve ecuația $\Delta(x) = 0$.

II. (35 puncte)

1) (16p) Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{3x^2 - 6x + 5}{(x-1)^2}$.

a) Să se stabilească domeniul de derivabilitate al funcției și să se calculeze derivata funcției f . Precizați monotonia și numărul punctelor de extrem ale funcției f .

b) Să se stabilească intervalele de convexitate (concavitate) ale funcției f .

2) (10p) Să se calculeze limita șirului $a_n = \frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n}}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n}}$, $n \geq 1$.

3) (9p) Să se calculeze integrala $I = \int_1^e (x \ln x - x) dx$.

III. (15 puncte)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctul $A(-1,2)$ și dreapta d de ecuație $d: 2x + 3y - 5 = 0$.

a) Precizați, prin calcul, dacă punctul A aparține dreptei d . Reprezentați dreapta și punctul.

b) Să se determine ecuația dreptei d_1 care trece prin A și are panta 2.