

## Sesiunea iunie-iulie 1999

### 5.Profil uman – proba f

Varianta nr.4

#### I. (40 puncte)

1) (14p) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale următoarele ecuații:

a)  $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2 - x + 1} = \frac{1-2x}{1+x^3};$

b)  $\left(\frac{3}{5}\right)^{x+1} + \left(\frac{3}{5}\right)^{1-x} = 1,2.$

2) (12p) Se consideră dezvoltarea:  $(\sqrt[3]{a} + a\sqrt{a})^n, a \in \mathbf{R}, a \geq 0, n \in \mathbf{N}^*.$

a) Să se determine n astfel încât raportul dintre coeficientul binomial al termenului al 4-lea și al 3-lea să fie 4.

b) Pentru n=14, verificați dacă există un termen al dezvoltării care nu conține pe a. Justificați răspunsul.

3) (14p) Se consideră mulțimea  $\mathbf{R}$  înzestrată cu legea de compoziție  $x*y=xy-x-y+2.$

Să se cerceteze dacă legea este comutativă, asociativă și dacă admite element neutru.

Există elemente simetrizabile ?

#### II. (35 puncte)

1) (20p) Se consideră funcția  $f:\mathbf{R}\setminus\{1\}\rightarrow\mathbf{R}, f(x) = \frac{2x-1}{(x-1)^2}.$

a) Să se stabilească monotonia și punctele de extrem ale funcției f.

b) Să se stabilească convexitatea, concavitățile și punctele de inflexiune ale funcției f.

2) (15p) Se consideră funcția  $f:(0,\infty)\rightarrow\mathbf{R}, f(x)=a\cdot\ln x+b, a,b$  parametri reali.

Să se determine a și b astfel încât să fie îndeplinite simultan condițiile:

$$f'(1)=2 \text{ și } \int_1^e f(x)dx = 7.$$

#### III. (15 puncte)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele A(1,6), B(-4,1), C(9,-2).

a) Să se scrie ecuația dreptei AB. Verificați, prin calcul, că punctele sunt necoliniare.

Reprezentați punctele.

b) Să se calculeze distanțele AB, AC și BC. Să se arate că triunghiul ABC este dreptunghic.

Să se scrie ecuația cercului de centru B și rază AB.