EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze $C_3^2 + 3!$.

5p **2.** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_5(3x+4) = 2$.

5p **3.** Să se calculeze $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$, știind că x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - x - 2 = 0$.

5p **4.** Se consideră funcția $f : [0,1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2$. Să se determine mulțimea valorilor funcției f.

5p **5.** Fie punctele $A(2,-1)$ și $B(-1,3)$. Să se determine numerele reale *a* și *b* astfel încât $\overrightarrow{AB} = a\vec{i} + b\vec{j}$.

5p **6.** Se consideră triunghiul *ABC* cu $AB = 4, AC = \sqrt{7}$ și $BC = \sqrt{3}$. Să se calculeze măsura unghiului *B*.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, $f(x)=\begin{pmatrix}1 & x & 2x^2+2x\\ 0 & 1 & 4x\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se calculeze $f(0)+f(1)$.

5p **b)** Să se arate că $f(1)\cdot f(-1)=I_3$ unde $I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **c)** Să se demonstreze că $f(x+y)=f(x)\cdot f(y)$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.

2. Se consideră inelul $(\mathbb{Z}_6,+,\cdot)$, unde $\mathbb{Z}_6=\{\hat{0},\ \hat{1},\ \hat{2},\ \hat{3},\ \hat{4},\ \hat{5}\}$.

5p **a)** Să se rezolve ecuația $\hat{2}x+\hat{5}=\hat{1}$, pentru $x\in\mathbb{Z}_6$.

5p **b)** Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix}\hat{1} & \hat{2} & \hat{3}\\ \hat{2} & \hat{3} & \hat{1}\\ \hat{3} & \hat{1} & \hat{2}\end{vmatrix}$ în $\mathbb{Z}_6$.

5p **c)** Să se rezolve sistemul de ecuații $\begin{cases}\hat{2}x+y=\hat{4}\\ x+\hat{2}y=\hat{5}\end{cases}$, unde $x,y\in\mathbb{Z}_6$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^3-3x^2+1$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(1)$.

5p **b)** Să se determine intervalele de concavitate şi intervalele de convexitate ale funcției *f*.

5p **c)** Să se arate că $f(x)\ge 0$, pentru orice $x\ge -\frac{1}{2}$.

2. Se consideră funcțiile $f,g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x$ şi $g(x)=e^{1-x}$.

5p **a)** Să se determine mulțimea primitivelor funcției *f*.

5p **b)** Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției $h:[0,1]\to\mathbb{R}$, $h(x)=x\cdot f(x)$, axa Ox şi dreptele de ecuații $x=0$ şi $x=1$.

5p **c)** Să se arate că $\int_0^{\frac{1}{2}}\left(g(x)-f(x)\right)dx\ge 0$.