

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{st-nat}}$

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p** 1. Határozd meg a z komplex számot, ha $2z + \bar{z} = 6 + i$, ahol \bar{z} a z komplex szám konjugáltja!
- 5p** 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - 5$ függvény. Számítsd ki az $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(10)$ összeget!
- 5p** 3. Oldd meg a $\log_2(x+3) = 1 + \log_2(x+1)$ egyenletet a valós számok halmazán!
- 5p** 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy véletlenszerűen kiválasztva egy számot a kétjegyű természetes számok halmazából, annak számjegyei egyformák legyenek!
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(1,1)$ és $B(5,5)$ pontok. Határozd meg annak az egyenesnek az egyenletét, amely áthalad a $C(-2,6)$ ponton és merőleges az AB egyenesre!
- 5p** 6. Az ABC háromszögben $AB = 3\sqrt{2}$, $m(\sphericalangle ACB) = 30^\circ$ és $m(\sphericalangle BAC) = 45^\circ$. Határozd meg a BC oldal hosszát!

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & x \\ 4 & 9 & x^2 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol x valós szám.

- 5p** a) Számítsd ki az $A(1) - A(0)$ mátrixot!
- 5p** b) Igazold, hogy $\det(A(x)) = (x-2)(x-3)$, bármely x valós szám esetén!
- 5p** c) Határozd meg azt az a valós számot, amelyre $\det(A(a)) \leq \det(A(x))$, bármely x valós szám esetén!
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = 4xy - 4x - 4y + 5$ műveletet.
- 5p** a) Igazold, hogy $x \circ y = 4(x-1)(y-1) + 1$, bármely x és y valós szám esetén!
- 5p** b) Igazold, hogy az $N = 2016 \circ 2017$ szám egy természetes szám négyzete!
- 5p** c) Határozd meg azokat az a és b természetes számokat, amelyekre $a \circ b = 13$.

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 \ln x$ függvény.

- 5p** a) Igazold, hogy $f'(x) = x(2 \ln x + 1)$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Határozd meg az f függvény grafikus képének $x=1$ abszcisszájú pontjában az f függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét!
- 5p** c) Igazold, hogy $1 + 2e f(x) \geq 0$, bármely x , $x \in (0, +\infty)$ valós szám esetén!

2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)e^x$ függvény.

- 5p** a) Igazold, hogy $\int_0^1 f(x)e^{-x} dx = -\frac{1}{2}$.
- 5p** b) Határozd meg az a valós szám értékét, ha az $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = (x+a)e^x$ függvény az f függvény egy primitívje!
- 5p** c) Igazold, hogy $\int_0^1 x^3 f(x) dx \leq -\frac{1}{20}$.