

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I (30 bodeva)

- 56 1. Smatra se комплексni broj $z = 2 + i$. Докажете да $z + \bar{z} + z\bar{z} = 9$, где \bar{z} је коњугован са z .
- 56 2. Одредите реални број m , знајући да тачка $A(1, m)$ припада графику функције $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x - 3$.
- 56 3. Решите у скупу реалних бројева једначину $(1 - \log_2 x)(2 - \log_2 x) = 0$.
- 56 4. Израчунајте вероватноћу да, бирајући један број из скупа двоцифрених природних бројева, овај да има цифру десетица строго мању од цифре јединица.
- 56 5. У картезијанском систему xOy сматрају се тачке $A(3, 1)$, $B(3, 3)$ и $C(0, 2)$. Одредите дужину медијане из C троугла ABC .
- 56 6. Докажете да $(1 + \operatorname{tg}^2 x) \cos^2 x - (1 + \operatorname{ctg}^2 x) \sin^2 x = 0$, за било који $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL II (30 бодова)

1. Smatra se матрица $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & a \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ и систем једначина $\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ x + 2y + az = 0 \\ -2x - y + 3z = 0 \end{cases}$, где a је реални број.
- 56 а) Докажете да $\det(A(9)) = 0$.
- 56 б) Одредите реалне вредности за a тако да систем има јединствену солуцију.
- 56 в) Докажете да, ако систем има солуцију (x_0, y_0, z_0) , са x_0, y_0 и z_0 реални ненултни бројеви, онда $-x_0 + y_0 + z_0 = 11(x_0 + y_0 + z_0)$.
2. На скупу реалних бројева дефинише се закон слагања $x \circ y = xy + 7x + 7y + 42$.
- 56 а) Докажете да $x \circ y = (x + 7)(y + 7) - 7$, за било које реалне бројве x и y .
- 56 б) Одредите реалне бројве x , знајући да $x \circ x = x$.
- 56 в) Одредите реални број a , знајући да $2017^a \circ (-6) = 1$.

SUBIECTUL III (30 бодова)

1. Smatra se функција $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{1-x}$.
- 56 а) Докажете да $f'(x) = \frac{1-x+x\ln x}{x(1-x)^2}$, $x \in (1, +\infty)$.
- 56 б) Одредите једначину хоризонталне асимптоте према $+\infty$ на графику функције f .
- 56 в) Докажете да $x \ln x > x - 1$, за било који $x \in (1, +\infty)$.
2. Smatra se функција $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + 3x^2$.
- 56 а) Докажете да $\int_0^1 (f(x) - 3x^2) dx = e - 1$.
- 56 б) Докажете да $\int_0^1 x f(x) dx = \frac{7}{4}$.
- 56 в) Одредите природни ненултни број n , тако да површина одређена графиком функције $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - e^x$, осом Ox и правама са једначинама $x = 0$ и $x = n$ једнака је са $n^2 - n + 1$.