

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică  $M\_mate-info$

Varianta 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

СУБЈЕКАТ I

(30 бодова)

- 56 1. Сматрају се комплексни бројеви  $z_1 = 2 + 3i$  и  $z_2 = 1 + 2i$ . Докажите да  $2z_1 - 3z_2 = 1$ .
- 56 2. Сматрају се  $x_1$  и  $x_2$  солуције једначине  $x^2 - 3mx + 2 = 0$ , где  $m$  јесте реални број. Одредите реални број  $m$ , знајући да  $x_1 + x_2 + x_1x_2 + 1 = 0$ .
- 56 3. Решите у скупу реалних бројева једначину  $\log_4(x+3) + \log_4(x-3) = 2$ .
- 56 4. Израчунајте вероватноћу да, бирајући један број из скупа природних двоцифрених бројева, овај да има производ цифара једнак са 6.
- 56 5. Одредите реалне бројеве  $a$ , тако да вектори  $\vec{u} = a\vec{i} + 2\vec{j}$  и  $\vec{v} = 3\vec{i} - 3\vec{j}$  су колинеарни.
- 56 6. Докажите да  $(\sin x - \cos x)^2 + \sin 2x = 1$ , за било који реални број  $x$ .

СУБЈЕКАТ II-lea

(30 бодова)

1. Сматра се матрица  $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ x+1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \end{pmatrix}$ , где  $x$  је реални број.
- 56 а) Докажите да  $\det(A(0)) = -1$ .
- 56 б) Одредите реалне бројеве  $x$  тако да  $\det(A(x)) \cdot \det(A(x+1)) = 12$ .
- 56 с) Одредите матрицу  $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  тако да  $A(2) \cdot X = A(0)$ .
2. Сматра се полином  $f = X^3 - (m+2)X^2 + (m^2+2)X - 1$ , где  $m$  је реални број.
- 56 а) Докажите да  $f(0) = -1$ , за било који реални број  $m$ .
- 56 б) Докажите да  $(x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + (x_3 - x_1)^2 = -4(m-1)^2$ , за било који реални број  $m$ , где  $x_1, x_2$  и  $x_3$  су солуције полинома  $f$ .
- 56 с) Одредите реални број  $m$  тако да све солуције полинома  $f$  су реални бројеви.

СУБЈЕКАТ III

(30 бодова)

1. Сматра се функција  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2e^x - x^2 - 2x - 2$ .
- 56 а) Докажите да  $f'(x) = 2(e^x - x - 1)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 56 б) Одредите једначину тангенсе на графику функције  $f$ , у тачку апсцисе  $x = 0$ , која се налази на графику функције  $f$ .
- 56 с) Докажите да функција  $f$  јесте растућа на  $\mathbb{R}$ .
2. Сматра се функција  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x+2)^n$ , где  $n$  је природни ненултни број.
- 56 а) Докажите да  $\int_{-2}^1 (x+2)^2 dx = 9$ .
- 56 б) За  $n = 1$ , докажите да  $\int_0^1 f(x)e^x dx = 2e - 1$ .
- 56 с) Одредите природни ненултни број  $n$  тако да површина одређена графиком функције  $f$ , осом  $Ox$  и правама са једначинама  $x = -1$  и  $x = 1$  једнака је са  $\frac{242}{n+1}$ .