

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianta 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

ЗВАННЯ I

(30 балів)

- 56 1. Дано комплексні числа $z_1 = 2 + 3i$ і $z_2 = 1 + 2i$. Доказати, що $2z_1 - 3z_2 = 1$.
- 56 2. Знаючи, що x_1 і x_2 є розв'язками рівняння $x^2 - 3mx + 2 = 0$, де m дійсне число. Знайдіть дійсне число m , знаючи, що $x_1 + x_2 + x_1x_2 + 1 = 0$.
- 56 3. Розв'яжіть на множині дійсних чисел рівняння $\log_4(x+3) + \log_4(x-3) = 2$.
- 56 4. Обчисліть ймовірність того, що, вибираючи число з множини двоцифрових натуральних чисел, добуток його цифр дорівнюватиме 6.
- 56 5. Знайдіть дійсне число a , для якого вектори $\vec{u} = a\vec{i} + 2\vec{j}$ і $\vec{v} = 3\vec{i} - 3\vec{j}$ є колінеарними.
- 56 6. Докажіть, що $(\sin x - \cos x)^2 + \sin 2x = 1$, для будь-якого дійсного числа x .

ЗВАННЯ II

(30 балів)

1. Дано матрицю $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ x+1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \end{pmatrix}$, де x - дійсне число.
- 56 а) Докажіть, що $\det(A(0)) = -1$.
- 56 б) Знайдіть дійсні числа x , для яких $\det(A(x)) \cdot \det(A(x+1)) = 12$.
- 56 в) Знайдіть матрицю $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, для якої $A(2) \cdot X = A(0)$.
2. Розглядають многочлен $f = X^3 - (m+2)X^2 + (m^2+2)X - 1$, де m - дійсне число.
- 56 а) Докажіть, що $f(0) = -1$ для будь-якого дійсного числа m .
- 56 б) Докажіть, що $(x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + (x_3 - x_1)^2 = -4(m-1)^2$ для будь-якого дійсного числа m , де x_1, x_2 і x_3 є коренями многочлена f .
- 56 в) Знайдіть дійсне число m , для якого усі корені многочлена f є дійсними числами.

ЗВАННЯ III

(30 балів)

1. Розглядають функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2e^x - x^2 - 2x - 2$.
- 56 а) Докажіть, що $f'(x) = 2(e^x - x - 1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 56 б) Визначте рівняння дотичної до графіка функції f у точці із абсцисою $x = 0$, розміщеній на графіку функції f .
- 56 в) Докажіть, що функція f є зростаючою на \mathbb{R} .
2. Розглядають функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x+2)^n$, де n ненульове натуральне число.
- 56 а) Докажіть, що $\int_{-2}^1 (x+2)^2 dx = 9$.
- 56 б) Для $n = 1$, докажіть, що $\int_0^1 f(x)e^x dx = 2e - 1$.
- 56 в) Знайдіть ненульове натуральне число n , для якого площа поверхні, обмеженої графіком функції f , віссю Ox і прямими заданими рівняннями $x = -1$ і $x = 1$, дорівнює $\frac{242}{n+1}$.