

Examenul de bacalaureat național 2018  
Proba E. c)

Matematică *M\_mate-info*

Varianta 2

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*  
*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**СУБЈЕКАТ I** **(30 бодова)**

- 56 1. Одредите комплексни број  $z$ , знајући да  $2\bar{z} - z = 1 - 3i$ , где  $\bar{z}$  је коњуговани броја  $z$ .
- 56 2. Сматра се функција  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - mx + 1$ , где  $m$  је реални број. Одредите реалне бројеве  $m$ , знајући да врх параболо придружене функцији  $f$  се налази на оси  $Ox$ .
- 56 3. Решите у скупу реалних бројева једначину  $\frac{\lg x}{\lg(x+2)} = \frac{1}{2}$ .
- 56 4. Израчунајте вероватноћу да, бирајући један број из скупа двоцифрених природних бројева, овај да има непарне и различите цифре.
- 56 5. У картезијанском систему  $xOy$  сматра се тачка  $A(-5, 2)$  и права  $d$  једначине  $y = x + 1$ . Одредите једначину праве која садржи тачку  $A$  и је нормална на праву  $d$ .
- 56 6. Докажите да  $\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 0$ , за било који реални број  $x$ .

**СУБЈЕКАТ II** **(30 бодова)**

1. Сматра се матрица  $M(m) = \begin{pmatrix} 2m & 1 & 1 \\ 1 & 2m & 1 \\ 1 & 1 & 2m \end{pmatrix}$  и систем једначина  $\begin{cases} 2mx + y + z = -1 \\ x + 2my + z = 0 \\ x + y + 2mz = 1 \end{cases}$ , где  $m$  је реални број.
- 56 а) Докажите да  $\det(M(0)) = 2$ .
- 56 б) Одредите реалне бројеве  $m$ , знајући да  $\det(M(m)) = 0$ .
- 56 с) За  $m = -1$ , докажите да, ако  $(a, b, c)$  је једно решење система, највише један од бројева  $a$ ,  $b$  и  $c$  је цео број.
2. На скупу реалних бројева дефинише се асоцијативни закон слагања  $x * y = 4xy + 3x + 3y + \frac{3}{2}$ .
- 56 а) Докажите да  $x * y = 4\left(x + \frac{3}{4}\right)\left(y + \frac{3}{4}\right) - \frac{3}{4}$ , за било које реалне бројеве  $x$  и  $y$ .
- 56 б) Одредите реални број  $x$  тако да  $x * x * x = -\frac{1}{2}$ .
- 56 с) Одредите реалне бројеве  $a$ , знајући да  $f(x) * f(y) = f(x + y)$ , за било које реалне бројеве  $x$  и  $y$ , где  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ae^x - \frac{3}{4}$ .

**СУБЈЕКАТ III** **(30 бодова)**

1. Сматра се функција  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 8x^2 - \ln x$ .
- 56 а) Докажите да  $f'(x) = \frac{(4x-1)(4x+1)}{x}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 56 б) Докажите да тачка  $A\left(\frac{2}{3}, 3\right)$  припада тангенти на график функције  $f$  у тачци апсцисе  $x = 1$ , која се налази на график функције  $f$ .
- 56 с) Докажите да  $f\left(\frac{1}{3}\right) < f\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right) < f\left(\frac{1}{2}\right)$ .

2. Смотри се функција  $f : (-3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x+3}{x+3}$ .

56 a) Докажице да  $\int_0^1 (x+3)f(x) dx = 4$ .

56 b) Докажице да  $\int_0^1 f(x) dx = 2 - 3 \ln \frac{4}{3}$ .

56 c) За сваки природни број  $n$ , смотри се број  $I_n = \int_0^1 e^x (x+3)^n (f(x))^n dx$ . Докажице да  $I_n + 2nI_{n-1} = e \cdot 5^n - 3^n$ , за било који природни број  $n$ ,  $n \geq 1$ .