

Examenul de bacalaureat național 2018  
Proba E. c)

Matematică *M\_mate-info*

Varianta 9

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**ЗВДАННЯ I**

**(30 балів)**

- 5р 1. Докажіть, що число  $n = |1 - \sqrt{2}| + |2 - \sqrt{2}|$  є натуральним.
- 5р 2. Зозглядають функції  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 11 - x$  і  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 1 - 11x$ . Розв'яжіть у множині дійсних чисел нерівність  $f(x) \geq g(x)$ .
- 5р 3. Розв'яжіть у множині дійсних чисел рівняння  $3^x \cdot 2^{x+1} = 72$ .
- 5р 4. Знайдіть кількість чисел з тріох різних цифр можна сформувати тільки з непарними цифрами.
- 5р 5. У декартовій системі координат  $xOy$  задані точки  $A(-3,3)$ ,  $B(1,3)$  і  $C(1,5)$ . Обчисліть площу трикутника  $ABC$ .
- 5р 6. Обчисліть довжину радіуса кола описаного навколо трикутника  $\triangle ABC$ , знаючи, що  $BC = 4$ ,  $B = \frac{\pi}{3}$  і  $C = \frac{\pi}{6}$ .

**ЗВДАННЯ II**

**(30 балів)**

1. Розглядають матрицю  $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x-2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{x-2} \end{pmatrix}$ , де  $x$  є дійсним числом.
- 5р а) Докажіть, що  $\det(A(2)) = 1$ .
- 5р б) Докажіть, що  $A(x)A(y) = A(x+y-2)$ , для будь-яких дійсних чисел  $x$  і  $y$ .
- 5р в) Визначіть дійсні числа  $m$  для яких  $A(1)A(2)A(3) \dots A(10) = A(m^2 + m + 17)$ .
2. Розглядають многочлен  $f = X^3 - 4X^2 + 5X + a$ , де  $a$  є дійсним числом.
- 5р а) Докажіть, що  $f(1) - f(-1) = 12$ .
- 5р б) Визначіть дійсним число  $a$ , знаючи що многочлен  $f$  ділиться на многочлен  $X - 2$ .
- 5р в) Визначіть дійсним число  $a$ , знаючи що корені многочлена  $f$  є цілими числами.

**ЗВДАННЯ III**

**(30 балів)**

1. Розглядають функцію  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \ln x$ .
- 5р а) Докажіть, що  $f'(x) = \frac{2 - \ln x}{2x\sqrt{x}}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5р б) Визначіть абсцису точки на графіку функції  $f$ , в якій дотична до графіку функції  $f$  є перпендикулярною до осі  $Oy$ .
- 5р в) Докажіть, що  $2^{\sqrt{3}} < 3^{\sqrt{2}}$ .
2. Розглядають функцію  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 4x - x^2$ .
- 5р а) Докажіть, що  $\int_0^3 f(x) dx = 9$ .

**5p** b) Докажіть, що  $\int_1^2 \frac{2-x}{f(x)} dx = \frac{1}{2} \ln \frac{4}{3}$ .

**5p** c) Для кожного ненульового натурального числа  $n$ , розглядають число  $I_n = \int_0^4 f^n(x) dx$ .  
Докажіть, що  $I_{n+1} \leq 4I_n$ , для будь-якого ненульового натурального числа  $n$ .