Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E.c)

Matematică *M_pedagogic*

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

I. FELADATSOR (30 pont)

5p **1.** Határozd meg az $(a_n)_{n\geq1}$ számtani haladvány első három tagjának összegét, ha $a_1=\frac{1}{2}$ és $a_4=5$.

5p **2.** Adott az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=ax+a-2$ függvény, ahol a valós szám. Határozd meg az a valós számot, amelyre $f(1)+f(-2)=0$.

5p **3.** Oldd meg a valós számok halmazán az $1+\log_6(2x+6)=3$ egyenletet!

5p **4.** Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy az egyjegyű természetes számok halmazából véletlenszerűen kiválasztott szám n^3 alakú legyen, ahol n természetes szám!

5p **5.** Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(0,2)$, $B(0,6)$, $C(4,2)$ pontok és legyen D a BC szakasz felezőpontja. Határozd meg az AD egyenes egyenletét!

5p **6.** Számítsd ki $2\sin30°\cos60°-\cos120°$.

II. FELADATSOR (30 pont)

A valós számok halmazán értelmezzük az $x*y=\frac{(x-1)(y-1)}{2}+1$ asszociatív műveletet.

5p **1.** Igazold, hogy $2*(-5)=-2$.

5p **2.** Ellenőrizd, hogy a $e=3$ semleges elem-e a „$*$” műveletre nézve!

5p **3.** Határozd meg az a valós számot, amelyre $a*5=3$.

5p **4.** Határozd meg az x valós értékeit, amelyekre $x*(1-x)\geq-5$.

5p **5.** Igazold, hogy végtelen sok olyan n természetes szám létezik, amelyre az $N=(\sqrt{n}+1)*(\sqrt{n}+1)$ szám páros természetes szám!

5p **6.** Határozd meg az (m,n,p), $m<n<p$ természetes számokból álló számhármasokat, amelyekre $m*n*p=8$.

III. FELADATSOR (30 pont)

Adottak az $A=\begin{pmatrix}1&3\\-1&1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ és $B(n)=\underbrace{A\cdot A\cdot\ldots\cdot A}_{\text{de } n \text{ ori A}}$ mátrixok, ahol n nullától különböző természetes szám.

5p **1.** Igazold, hogy $\det A=4$.

5p **2.** Igazold, hogy $\det(A+xI_2)\geq3$, bármely x valós szám esetén!

5p **3.** Igazold, hogy létezik egy olyan a valós szám, amelyre $B(3)=aI_2$.

5p **4.** Határozd meg az m valós számokat, amelyekre $\det(2mA+I_2)+2m\det(A-I_2)=0$.

5p **5.** Adott az $M=\begin{pmatrix}x&y\\z&t\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrix, amelyre $A\cdot M=M\cdot A$. Igazold, hogy $x+y+3z-t=0$.

5p **6.** Igazold, hogy bármely n nullától különböző természetes szám esetén a $B(6n)$ mátrix minden eleme természetes szám!