Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

PRIMO QUESITO **(30 punti)**

5p	**1.** Determinare il terzo termine della progressione aritmetica $(a_n)_{n\geq1}$, noto che $a_1=4$ e $a_2=7$.
5p	**2.** Si considerano x_1 e x_2 le soluzioni dell'equazione $x^2-4x+1=0$. Dimostrare che $4x_1x_2-(x_1+x_2)=0$.
5p	**3.** Risolvere nell'insieme dei numeri reali l'equazione $2^{2x+1}=\frac{1}{8}$.
5p	**4.** Calcolare la probabilità che, scegliendo un numero dell'insieme dei numeri naturali di due cifre, questo sia multiplo di 15.
5p	**5.** Sul piano cartesiano xOy si considerano i punti $A(0,1)$, $B(1,1)$ e $C(3,a)$, con a numero reale. Determinare il numero reale a, conoscendo che i punti A, B e C sono allineati.
5p	**6.** Si considera il triangolo ABC con $AB=4\sqrt{3}$, $AC=4$ e $\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$. Calcolare $\sin B$.

SECONDO QUESITO **(30 punti)**

	1. Si considera la matrice $A(x)=\begin{pmatrix}0 & x\\ x & 0\end{pmatrix}$, con x numero reale.
5p	**a)** Dimostrare che $\det(A(1))=-1$.
5p	**b)** Dimostrare che $A(x)A(y)=xyI_2$, per ogni numeri reali x e y, con $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**c)** Determinare il numero reale a, per il cui $A(3^a)A(3^{a+1})A(3^{a+2})=A(27)$.
	2. Si considera il polinomio $f=X^3+mX^2+2X-4$, con m numero reale.
5p	**a)** Per $m=1$, dimostrare che $f(1)=0$.
5p	**b)** Dimostrare che, se il polinomio f è divisibile per $X+2$, allora il resto della divisione di f per $X+3$ è uguale a -1.
5p	**c)** Determinare il numero reale m, conoscendo che $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+x_1+x_2+x_3=\frac{1}{2}$, dove x_1, x_2 e x_3 sono le radici del polinomio f.

TERZO QUESITO **(30 punti)**

	1. Si considera la funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x+2017}{e^x}$.
5p	**a)** Dimostrare che $f'(x)=\frac{-(x+2016)}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinare l'equazione della tangente al grafico della funzione f nel suo punto di ascissa $x=0$.
5p	**c)** Dimostrare che la funzione f è convessa sull'intervallo $[-2015,+\infty)$.
	2. Si considera la funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$.
5p	**a)** Dimostrare che $\int_0^1 \frac{1}{f(x)}dx=\frac{4}{3}$.
5p	**b)** Determinare la primitiva F della funzione f, conoscendo che $F(1)=\frac{\pi}{4}+1$.
5p	**c)** Determinare il numero naturale n, conoscendo che $\int_0^n x\,f(x)\,dx=\frac{1}{2}\ln 5$.