**Examenul de bacalaureat național 2017**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_şt-nat***

**Varianta 10**

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

## I. THEMA (30 Punkte)

| | |
|---|---|
| **5p** | **1.** Bestimme das erste Glied der arithmetischen Folge $(a_n)_{n\geq 1}$ so, dass $a_3 = 10$ und die Differenz $r = 3$. |
| **5p** | **2.** Bestimme die reelle Zahl $m$, wenn der Punkt $A(1,3)$ zum Schaubild der Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 2m$ gehört. |
| **5p** | **3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $4^x + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$. |
| **5p** | **4.** Wie viele natürliche, gerade, zweistellige Zahlen mit verschiedenen Ziffern haben als Ziffern Elemente aus der Menge $\{1, 2, 3, 4\}$? |
| **5p** | **5.** In dem kartesischen Koordinatensystem $xOy$ sind die Punkte $A(4,2)$ und $B(2,4)$ gegeben. Bestimme die Gleichung der Mittelsenkrechten der Strecke $AB$. |
| **5p** | **6.** Berechne die Länge des Radius des Umkreises des rechtwinkligen Dreiecks $ABC$ mit den Katheten $AB = 8$ und $AC = 6$. |

## II. THEMA (30 Punkte)

| | |
|---|---|
| | **1.** Gegeben ist die Matrix $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 2x+5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, wo $x$ eine reelle Zahl ist. |
| **5p** | **a)** Zeige, dass $\det(A(-2)) = -4$. |
| **5p** | **b)** Beweise, dass $A(x) + A(-x) = A(2017) + A(-2017)$ für jede reelle Zahl $x$. |
| **5p** | **c)** Bestimme die reellen Zahlen $p$ und $q$ so, dass $A(0)\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$. |
| | **2.** In der Menge der reellen Zahlen wird die Verknüpfung $x \circ y = xy + 6x + 6y + 30$ definiert. |
| **5p** | **a)** Zeige, dass $x \circ y = (x+6)(y+6) - 6$ für alle reellen Zahlen $x$ und $y$. |
| **5p** | **b)** Zeige, dass $e = -5$ das neutrale Element der Verknüpfung „$\circ$” ist. |
| **5p** | **c)** Bestimme die reelle Zahl $x$ so, dass $x \circ (-2017) = 2017 \circ (-6)$. |

## III. THEMA (30 Punkte)

| | |
|---|---|
| | **1.** Gegeben ist die Funktion $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2}{x} + \ln x$. |
| **5p** | **a)** Zeige, dass $f'(x) = \frac{x-2}{x^2}$, $x \in (0,+\infty)$. |
| **5p** | **b)** Bestimme die Gleichung der Tangenten an das Schaubild der Funktion $f$ in dem Punkt mit der Abszisse $x = 1$ der zum Schaubild der Funktion $f$ gehört. |
| **5p** | **c)** Beweise, dass $\frac{2}{x} + \ln x \geq 1 + \ln 2$, für jedes $x \in (0,+\infty)$. |
| | **2.** Gegeben ist die Funktion $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2+2}{2x}$. |
| **5p** | **a)** Zeige, dass $\int_1^2 2x\, f(x)\,dx = \frac{13}{3}$. |

**5p** **b)** Bestimme die Stammfunktion $F$ der Funktion $f$ so, dass $F(1)=1$.

**5p** **c)** Beweise, dass $2\int_1^n \left( f(x)+x f'(x) \right) dx = n^2 - 1$, für jede natürliche Zahl $n$, $n \geq 2$.