

**Examenul de bacalaureat național 2020**  
**Proba E. c)**  
**Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$**   
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

Test 7

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	Rația progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$ este $q = 2$ $S_5 = \frac{b_1(q^5 - 1)}{q - 1} = \frac{1 \cdot (2^5 - 1)}{2 - 1} = 31$	2p 3p
2.	$f(x) < 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 11x + 6 < 0$ $\Delta = 49$ , deci $x \in \left(\frac{2}{3}, 3\right)$	2p 3p
3.	$\lg \frac{1-x}{7-x} = -1 \Rightarrow \frac{1-x}{7-x} = \frac{1}{10}$ $x = \frac{1}{3}$ , care convine	3p 2p
4.	$n + \frac{n(n-1)}{2} = 6 \Leftrightarrow n^2 + n - 12 = 0$ Cum $n$ este număr natural, $n \geq 2$ , obținem $n = 3$	3p 2p
5.	$A(2a-1, a^2) \in d \Leftrightarrow a^2 = 2a - 1 + 4$ $a^2 - 2a - 3 = 0$ , deci $a = -1$ sau $a = 3$	2p 3p
6.	$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x = 1 - 2 \cdot \left(\frac{12}{13}\right)^2 =$ $= 1 - 2 \cdot \frac{144}{169} = -\frac{119}{169}$	2p 3p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$ $= -2 + (-2) + 1 - 4 - 1 - 1 = -9$	2p 3p
b)	$B(a) = A(a) \cdot A(a) = \begin{pmatrix} 2-2a & -3 & -3 \\ a-1 & 6 & -3 \\ 2a+1 & a-1 & -2a+2 \end{pmatrix}$ , pentru orice număr real $a$ Suma elementelor matricei $B(a)$ este egală cu 0, deci nu depinde de numărul real $a$	3p 2p
c)	Pentru $a = -2$ , sistemul devine $\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ x - 2y + z = 2 \\ -2x + y + z = 3 \end{cases}$ Adunând cele trei ecuații ale sistemului $(x + y - 2z) + (x - 2y + z) + (-2x + y + z) = 1 + 2 + 3$ , obținem $0 = 6$ , fals, deci sistemul de ecuații este incompatibil	2p 3p

<b>2.a)</b>	$(-1) * 1 = (-1) \cdot 1 + m((-1) + 1) =$ $= -1 + m \cdot 0 = -1$ , pentru orice număr real $m$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$x * y = xy + mx + my + m^2 - m^2 =$ $= x(y + m) + m(y + m) - m^2 = (x + m)(y + m) - m^2$ , pentru orice numere reale $x, y$ și $m$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$(5^x - 1)(5^{x+1} - 1) - 1 = -1 \Leftrightarrow 5^x - 1 = 0$ sau $5^{x+1} - 1 = 0$ $x = 0$ sau $x = -1$	<b>2p</b> <b>3p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = 2 \left( x^{-\frac{1}{2}} \right)' + \frac{1}{x^2} = 2 \cdot \left( -\frac{1}{2} \right) x^{-\frac{3}{2}} + \frac{1}{x^2} =$ $= -\frac{1}{x\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} = \frac{1 - \sqrt{x}}{x^2}$ , $x \in (0, +\infty)$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x} \right) = 0$ Dreapta de ecuație $y = 0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției $f$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{x^2(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{x^2(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} =$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1}{x^2(\sqrt{x}+1)} = -\frac{1}{2}$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.a)</b>	$F'(x) = \frac{1}{x} + e^x + 4$ , $x \in (0, +\infty)$ $F$ este primitivă a funcției $f \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$ , pentru orice $x \in (0, +\infty)$ , deci $m = 4$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$\int_1^e f(x) dx = F(x) \Big _1^e = F(e) - F(1) =$ $= e^e + 3e - 3$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$\int_1^2 x f(x) dx = \int_1^2 x \left( \frac{1}{x} + e^x \right) dx = \int_1^2 (1 + xe^x) dx = \left( x + (x-1)e^x \right) \Big _1^2 =$ $= 2 + e^2 - 1 = e^2 + 1$	<b>3p</b> <b>2p</b>