

**Examenul național de bacalaureat 2021**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{tehnologic}$**

**Varianta 4**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**I. THEMA**

**(30 Puncte)**

- 5p** 1. Bestimme das dritte Glied  $a_3$  der arithmetischen Folge  $(a_n)_{n \geq 1}$  so, dass  $a_1 = 4$  und die Differenz  $r = 5$ .
- 5p** 2. Gegeben ist die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - x - 1$ . Zeige, dass  $f(0) = f(1)$ .
- 5p** 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung  $\log_4(3x+4) = \log_4 16$ .
- 5p** 4. Nach einer Teuerung um 25%, kostet eine Ware 350 Lei. Bestimme den Preis der Ware vor der Teuerung.
- 5p** 5. Im kartesischen Koordinatensystem  $xOy$  sind die Punkte  $A(-4,1)$  und  $B(a,b)$  gegeben, wobei  $a$  und  $b$  reelle Zahlen sind. Bestimme die reellen Zahlen  $a$  und  $b$  so, dass der Punkt  $O$  die Mitte der Strecke  $AB$  ist.
- 5p** 6. Gegeben ist das gleichschenklige Dreieck  $ABC$ , rechtwinklig in  $A$ . Wenn der Flächeninhalt des Dreiecks  $ABC$  gleich 8 ist, bestimme die Länge der Seite  $AB$ .

**II. THEMA**

**(30 Puncte)**

1. Gegeben sind die Matrizen  $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$  und  $B(x) = \begin{pmatrix} x & -2x \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ , wo  $x$  eine reelle Zahl ist.
- 5p** a) Zeige, dass  $\det A = 3$ .
- 5p** b) Zeige, dass  $3B(2) + B(6) = 4B(3)$ .
- 5p** c) Bestimme die reelle Zahl  $x$  so, dass  $(B(-x) - B(x)) \cdot (B(-x) + B(x)) = A + B(3)$ .
2. Auf der Menge der reellen Zahlen definiert man die Verknüpfung  $x \circ y = 3x + 4y - 25$ .
- 5p** a) Zeige, dass  $3 \circ 4 = 0$ .
- 5p** b) Bestimme die reelle Zahl  $x$  so, dass  $(2x) \circ x = 5$ .
- 5p** c) Bestimme die ganzen Zahlen  $m$  so, dass  $m^2 \circ 1 \geq 1 \circ m^2$ .

**III. THEMA**

**(30 Puncte)**

1. Gegeben ist die Funktion  $f: \left(-\frac{1}{3}, +\infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x}{3x+1}$ .
- 5p** a) Zeige, dass  $f'(x) = \frac{2}{(3x+1)^2}$ ,  $x \in \left(-\frac{1}{3}, +\infty\right)$ .
- 5p** b) Bestimme die Gleichung der horizontalen Asymptoten gegen  $+\infty$  an das Schaubild der Funktion  $f$ .
- 5p** c) Zeige, dass die Funktion  $f$  konkav ist.
2. Gegeben ist die Funktion  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + \ln x - 1$ .
- 5p** a) Zeige, dass  $\int_1^4 (f(x) - \ln x + 1) dx = 21$ .
- 5p** b) Zeige, dass  $\int_2^4 \frac{x}{f(x) - \ln x} dx = \frac{1}{2} \ln 5$ .
- 5p** c) Bestimme  $a \in (1, +\infty)$  so, dass  $\int_1^a \frac{f(x)}{x^2} dx = \frac{a - \ln a}{a}$ .