

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

Rezolvare

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(3x+2)^2 = 4$.
- 5p 2. Determinați numărul real m pentru care vârful parabolei asociate funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 + 3mx + 1$ are abscisa egală cu $\frac{3}{2}$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x} = 9$.
- 5p 4. Calculați $5C_4^2 - A_5^2$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-6,3)$ și $B(2,5)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului (AB) .
- 5p 6. Calculați lungimea diagonalei BD a rombului $ABCD$ în care $AB = 4$ și $m(\sphericalangle ABC) = 120^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} -1 & 2 & x \\ 2 & -1 & x \\ x & x & 2 \end{pmatrix}$ și se notează determinantul ei cu $\Delta(x)$.
- 5p a) Calculați $\Delta(1)$.
- 5p b) Arătați că $\Delta(x) = 6(x^2 - 1)$, pentru orice număr real x .
- 5p c) Determinați inversa matricei $A(0)$.
2. În $\mathbb{R}[X]$ se consideră polinomul $f = X^3 - X^2 + aX + b$.
- 5p a) Calculați $a + b$, știind că $f(1) = 0$.
- 5p b) Pentru $a = -1$ și $b = 1$, determinați rădăcinile polinomului f .
- 5p c) Determinați numerele reale a și b , știind că $x_1 = 1$ și $x_2 = 2$ sunt rădăcini ale polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln x$.
- 5p a) Verificați dacă $f'(x) = 1 + \ln x$, oricare ar fi $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Arătați că funcția f este crescătoare pe $\left[\frac{1}{e}, +\infty\right)$.
- 5p c) Demonstrați că $f(x) \geq -\frac{1}{e}$, oricare ar fi $x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$.
- 5p a) Verificați dacă funcția $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x - \frac{1}{x} + \ln x$ este o primitivă a funcției f .

5p b) Calculați $\int_1^e x \cdot f(x^2) dx$.

5p c) Determinați numărul real $a > 1$, pentru care $\int_1^a \left(f(x) - \frac{1}{x} \right) dx = \frac{3}{2}$.