

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M\_mate-info*

Clasa a XII-a

Simulare

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

СУБЪЕКАТ I

(30 бодова)

- 56 1. Израчунајте абсолютну вредност комплексног броја  $z = (2 - i)(3 + 2i) - 4(1 + i)$ .
- 56 2. Одредите реалне вредности за  $m$  тако да  $x^2 - (2m + 1)x + m(m - 1) \geq 0$ , за било који реални број  $x$ .
- 56 3. Решите у скупу реалних бројева једначину  $2 \log_2 x - \log_x 2 = 1$ .
- 56 4. Одредите број елемената једног скупа  $A$ , знајући да скуп  $A$  има тачно 16 подскупова са највише два елемента.
- 56 5. Сматра се троугао  $ABC$ , тачка  $M$  је средина странице  $BC$  и тачка  $N$  средина дужи  $AM$ . Докажите да  $2\overline{AN} + \overline{BN} + \overline{CN} = \vec{0}$ .
- 56 6. Одредите  $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ , знајући  $1 + 3 \cos x = \cos 2x$ .

СУБЪЕКАТ II

(30 бодова)

1. Сматра се матрица  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & a \\ 2 & a & 4 \end{pmatrix}$  и систем једначина  $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + az = 2, \\ 2x + ay + 4z = 3 \end{cases}$  где  $a$  јесте реални број.
- 56 а) Докажите да  $\det(A(a)) = a(3 - a)$ , за било који реални број  $a$ .
- 56 б) За  $a = 0$ , докажите да систем једначина је некопатибилни.
- 56 с) Одредите целе бројеве  $a$  тако да систем једначина има јединствену солуцију  $(x_0, y_0, z_0)$  и  $x_0, y_0$  и  $z_0$  су цели бројеви.
2. На скупу реалних бројева дефинише се асоцијативан закон слагања  $x \circ y = \sqrt{x^2 y^2 + x^2 + y^2}$ .
- 56 а) Докажите да  $x \circ y = \sqrt{(x^2 + 1)(y^2 + 1)} - 1$ , за било које реалне бројеве  $x$  и  $y$ .
- 56 б) Одредите парове природних бројева  $a$  и  $b$ , знјући да  $a \circ b = 1$ .
- 56 с) Докажите да за било који природни број  $n, n \geq 2$ , број  $\underbrace{1 \circ 1 \circ \dots \circ 1}_{1 \text{ de } n \text{ ori}}$  није природни.

СУБЪЕКАТ III

(30 бодова)

1. Сматра се функција  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2} - x + 1$ .
- 56 а) Докажите да  $f'(x) = \frac{x + 1 - \sqrt{x^2 + 2x + 2}}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}, x \in \mathbb{R}$ .
- 56 б) Одредите једначину косе асимтоте према  $-\infty$  на графику функције  $f$ .
- 56 с) Одредите слику функције  $f$ .

2. Смотри се функција  $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x \ln(x+1)$ .

56 a) Израчунајте  $\int_1^2 \frac{(3x-2)f(x)}{\ln(x+1)} dx$ .

56 b) Докажите да  $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{4}$ .

56 c) Израчунајте  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t^3} \int_0^t f(x) dx$ .