

Examenul de bacalaureat național 2019  
Proba E. c)

Matematică  $M\_mate-info$

Varianta 6

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*  
*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

ЗВАННЯ I

(30 балів)

- 5р 1. Доказати що число  $n = (3 - i\sqrt{2})(3 + i\sqrt{2})$  є цілим, де  $i^2 = -1$ .
- 5р 2. Взначіть дійсне число  $a$ , знаючи що точка  $A(a, 3)$  належить графіку функції  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + a$ .
- 5р 3. Розв'язати у множенні дійсних чисел рівняння  $2019^x + 2019^{-x} = 2$ .
- 5р 4. Обчислити імовірність того що, веберуючи число з множене двох цифрових натуральних чисел, воно має унітарну цифру непарною.
- 5р 5. В системі координат  $xOy$  дані точки  $A(3, -3)$  і  $B(2, -2)$ . Взначіть рівняння прямої  $d$  яка проходить через  $A$  і є перпендикулярним на  $AB$ .
- 5р 6. Доказати що  $\sin(a - b)\sin(a + b) = (\sin a - \sin b)(\sin a + \sin b)$ , для будь яких дійсних чисел  $a$  і  $b$ .

ЗВАННЯ II

(30 балів)

1. Дано матрицю  $A(a) = \begin{pmatrix} a & 0 & -a \\ 0 & 2 & 0 \\ -a & 0 & a \end{pmatrix}$ , де  $a$  дійсне число.
- 5р а) Доказати що  $\det(A(a)) = 0$ , для будь якого дійсного числа  $a$ .
- 5р б) Доказати що  $A(a)A(b) = 2A(ab)$ , для будь яких дійсних чисел  $a$  і  $b$ .
- 5р в) Доказати що матриця  $B = A(\log_2 3) \cdot A(\log_3 4) \cdot A(\log_4 5) \cdot \dots \cdot A(\log_{15} 16)$  має всі елементи цілі числа.
2. Дано многочлен  $f = X^3 + X^2 + mX + n$ , де  $m$  і  $n$  є дійсні числа.
- 5р а) Доказати що  $f(-1) - 2f(0) + f(1) = 2$ , для будь яких дійсних чисел  $m$  і  $n$ .
- 5р б) Взначіть дійсні числа  $m$  і  $n$ , знаючи що многочлен  $f$  ділиться на многочлен  $X^2 - 1$ .
- 5р в) Доказати що  $3(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 + x_1x_2x_3) - (x_1^3 + x_2^3 + x_3^3) = 1$ , для будь яких дійсних чисел  $m$  і  $n$ , де  $x_1, x_2$  і  $x_3$  є корені многочлена  $f$ .

ЗВАННЯ III

(30 балів)

1. Дано функцію  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 e^{-x}$ .
- 5р а) Доказати що  $f'(x) = x(2 - x)e^{-x}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5р б) Взначіть інтервали монотонності функції  $f$ .
- 5р в) Доказати що, для будь якого  $a \in (0, 4e^{-2})$ , рівняння  $f(x) = a$  має точно три дійсні розв'язки.
2. Дано функцію  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + \ln x$ .

**5p** a) Доказати що  $\int_1^2 (f(x) - \ln x) dx = \frac{7}{3}$ .

**5p** b) Доказати що, знаючи що площена обмежена графіком функції  $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 2x - x^2 + f(x)$ , вісь  $Ox$  і прями з рівнянням  $x=1$  і  $x=e$  має площчу  $e^2$ .

**5p** c) Доказати що  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{e^{-1}}^1 x^n (f(x) - x^2) dx = 0$ .