

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

ЗВАННЯ I

(30 балів)

- 56 1. Докажіть, що сума елементів множини $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n-1 \leq 4\}$ дорівнює 15.
- 56 2. Розглядають функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + m$, де m - дійсне число. Визначте дійсне число m знаючи, що вершина параболи функції f має ординату рівну 2.
- 56 3. Розв'яжіть у множині дійсних чисел рівняння $\sqrt{x+3} = \sqrt{9-x}$.
- 56 4. Знайдіть число підмножин множини з 10 елементами які мають хочаб 8 елементів.
- 56 5. У декартовому репері xOy розглядають точки $A(5,1)$, $B(-1,3)$ і $C(8,10)$. Визначте довжину відрізка CD знаючи, що D - середина відрізка AB .
- 56 6. Докажіть, що $1 + \cos \pi + \cos 2\pi + \cos 3\pi + \dots + \cos 2019\pi = 0$.

ЗВАННЯ II

(30 балів)

1. Розглядають матриці $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ і $A(a) = \begin{pmatrix} a+1 & 0 & 0 \\ 1 & a & 1 \\ 0 & 0 & a+1 \end{pmatrix}$, де a - дійсне число.
- 56 а) Докажіть, що $\det(A(1)) = 4$.
- 56 б) Докажіть, що $A(a)A(b) = abI_3 + (a+b+1)A(0)$, для будь-яких дійсних чисел a і b .
- 56 в) Знайдіть натуральне число n для якого $A(0)A(1)A(2)\dots A(2019) = n!A(0)$.
2. Розглядають многочлен $f = X^3 - mX^2 + 2X + 3 - m$, де m - дійсне число.
- 56 а) Визначте дійсне число m знаючи, що $f(1) = 0$.
- 56 б) Для $m = 3$, знайдіть корені многочлена f .
- 56 в) Визначте дійсне число m знаючи, що $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = (x_1 + x_2 + x_3)^3 - 12$, де x_1 , x_2 і x_3 - корені многочлена f .

ЗВАННЯ III

(30 балів)

1. Розглядають функцію $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - \frac{2}{x+1} - \ln \frac{x}{x+1}$.
- 56 а) Докажіть, що $f'(x) = \frac{x-1}{x(x+1)^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 56 б) Визначте рівняння горизонтальної асимптоти до $+\infty$ для графіка функції f .
- 56 в) Розглядають функції $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{x-1}{x+1}$ і $h: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = \ln \frac{x}{x+1}$.
Докажіть, що графіки функцій g і h не мають жодної спільної точки.
2. Розглядають функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$.
- 56 а) Докажіть, що $\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{13}{3}$.
- 56 б) Докажіть, що площа поверхні відокремлена графіком функції $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = xf(x)$, віссю Ox і прямими, заданими рівняннями $x = -1$ $x = 1$ дорівнює $\frac{10\sqrt{5} - 16}{3}$.
- 56 в) Обчисліть $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^4} \int_0^x t^3 f(t) dt$.