

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 6

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy $\sqrt{7}(\sqrt{7}+1)-\sqrt{7}=7$.
- 5p 2. Adott az $f(x)=x^2-6x+8$ függvény. Határozd meg az f függvény grafikus képének az Oy tengellyel való metszéspontjának koordinátáit!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\log_5(x^2+9)=2$ egyenletet!
- 5p 4. Egy 40% -os árcsökkentés után egy termék ára 300 lej. Számítsd ki a termék eredeti árát!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(3,2)$, $B(-3,2)$ és $C(0,6)$ pontok. Határozd meg az ABC háromszög C csúcsából húzott oldalfelezőjének hosszát!
- 5p 6. Igazold, hogy $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin 60^\circ - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{4}$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 6 & -10 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $M(a) = I_2 + aA$ mátrixok, ahol a valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy $\det A = 0$.
- 5p b) Igazold, hogy $M(a) \cdot M(b) = M(a+b+ab)$, bármely a és b valós szám esetén!
- 5p c) Határozd meg azt az a valós számot, amelyre $M(1) + M(2) + \dots + M(2019) = 2019M(a)$.
2. Adott az $f = mX^3 + 2X^2 - mX - 2$ polinom, ahol m nullától különböző valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy $f(1) = 0$, bármely m nullától különböző valós szám esetén!
- 5p b) Ha $m = 3$, határozd meg az f polinom gyökeit!
- 5p c) Határozd meg azt az m nullától különböző valós számot, amelyre $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = -4$, ahol x_1, x_2 és x_3 az f polinom gyökei.

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x + 5$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $f'(x) = 3(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Igazold, hogy az f függvény konvex a $[0, +\infty)$ intervallumon!
- 5p c) Igazold, hogy $f(x) \leq 7$, bármely $x \in (-\infty, 1]$ esetén!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{3x^2 + 6x + 7}$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\int_0^1 f^2(x) dx = 11$.
- 5p b) Számítsd ki $\int_{-1}^1 \frac{x+1}{f(x)} dx$.
- 5p c) Igazold, hogy bármely $a \in (0, +\infty)$ esetén az f függvény grafikus képe, az Ox tengely, valamint az $x=0$ és $x=a$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területe nagyobb vagy egyenlő, mint $a\sqrt{7}$.