

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

THEMA I

(30 Puncte)

- 5p 1. Zeige, dass $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{13}{5} = 1$.
- 5p 2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 4$. Bestimme die reelle Zahl m , sodass $f(m+1) = m$.
- 5p 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\log_7(2x+3) = \log_7 9$.
- 5p 4. Berechne die Wahrscheinlichkeit dass eine gewählte Zahl aus der Menge $A = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$, ein Vielfaches von 3 ist.
- 5p 5. In dem kartesischen Koordinatensystem xOy seien die Punkte $M(4,1)$, $N(1,5)$ und $P(4,5)$. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks MNP .
- 5p 6. Zeige, dass $\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sin 60^\circ + \sin^2 45^\circ = 1$.

THEMA II

(30 Puncte)

1. Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ și $M(a) = \begin{pmatrix} 1+a & -a \\ a & 1-a \end{pmatrix}$, wobei a eine reelle Zahl ist.
- 5p a) Zeige, dass $\det A = -2$.
- 5p b) Beweise, dass $M(a) \cdot M(b) = M(a+b)$ für jede reellen Zahlen a und b .
- 5p c) Bestimme die Matrix $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, wobei $M(1) \cdot X \cdot M(2) = A$.
2. Gegeben ist das Polynom $f = 2X^3 - 4X^2 + 4X - 3$.
- 5p a) Zeige, dass $f(0) = -3$.
- 5p b) Beweise, dass die Zahl $a = \frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2} + \frac{3}{x_3}$ natürlich ist, wobei x_1 , x_2 und x_3 die Wurzeln von f sind.
- 5p c) Beweise, dass das Polynom f **nicht** alle Wurzeln reell hat.

THEMA III

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^6 + 5}$.
- 5p a) Zeige, dass $f'(x) = \frac{5(1-x^3)(1+x^3)}{(x^6+5)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Bestimme die Gleichung der Tangenten an das Schaubild der Funktion f in dem Punkt mit der Abszisse $x=0$, der auf dem Schaubild der Funktion f liegt.
- 5p c) Bestimme die Menge der Werten der Funktion f .
2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)e^x$.
- 5p a) Zeige, dass $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x} dx = -\frac{1}{2}$.

5p b) Beweise, dass $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = (x-2)e^x + 2019$ eine Stammfunktion der Funktion f ist.

5p c) Berechne $\int_0^1 f^2(x) f'(x) dx$.