**Examenul de bacalaureat naţional 2020**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_mate-info***

**BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE**

**Test 5**

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică***
***Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică***

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

**SUBIECTUL I (30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $2z_1 - z_2 = 2(3-3i)-(5-6i)=$ | **2p** |
| | $=6-6i-5+6i=1$ | **3p** |
| **2.** | $m+15+(m+1)+15=35$ | **2p** |
| | $2m+31=35 \Rightarrow m=2$ | **3p** |
| **3.** | $3^x(2-3)+27=0 \Leftrightarrow 3^x=27$ | **3p** |
| | $x=3$ | **2p** |
| **4.** | Sunt $900$ de numere naturale de trei cifre, deci sunt $900$ de cazuri posibile | **2p** |
| | Numerele naturale de trei cifre care sunt multipli de $25$ sunt $25\cdot 4$, $25\cdot 5,\ldots,$ $25\cdot 39$, deci sunt $36$ de cazuri favorabile | **2p** |
| | $p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{36}{900}=\dfrac{1}{25}$ | **1p** |
| **5.** | $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$, deci punctul $C$ este mijlocul segmentului $AB$ | **3p** |
| | $a=2$, $b=5$ | **2p** |
| **6.** | $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\dfrac{AB\cdot AC}{2}\Rightarrow 6=\dfrac{4\cdot AC}{2}\Rightarrow AC=3$ | **3p** |
| | $BC=5$ | **2p** |

**SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $\det(A(a))=\begin{vmatrix}2 & 2 & 1\\ 2 & a+1 & a\\ a & 6 & 4\end{vmatrix}=8a+8+12+2a^2-a^2-a-12a-16=$ | **3p** |
| | $=a^2-5a+4=(a-1)(a-4)$, pentru orice număr real $a$ | **2p** |
| **b)** | $A(4)-A(1)=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 3 & 3\\ 3 & 0 & 0\end{pmatrix}$, $(A(4)-A(1))A(a)=3\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ a+2 & a+7 & a+4\\ 2 & 2 & 1\end{pmatrix}$, unde $a$ este număr real | **3p** |
| | $A(a)(A(4)-A(1))=3\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ a & a+1 & a+1\\ 4 & 6 & 6\end{pmatrix}$, deci $A(a)(A(4)-A(1))\neq(A(4)-A(1))A(a)$, pentru orice număr real $a$ | **2p** |
| **c)** | Sistemul are soluția unică $(x_0,y_0,z_0)$, deci $a\in\mathbb{Z}\setminus\{1,4\}$ și soluția sistemului de ecuații este $\left(\dfrac{a-3}{a-4},\dfrac{a-6}{a-4},-\dfrac{a-6}{a-4}\right)$ | **3p** |
| | Cum $x_0, y_0$, $z_0$ și $a$ sunt numere întregi, obținem $a=3$ sau $a=5$, care convin | **2p** |

| | | |
|---|---|---|
| **2.a)** | $3*0=\dfrac{100(3+0)}{3\cdot 0+100}=$ | **3p** |
| | $=\dfrac{300}{100}=3$ | **2p** |
| **b)** | $f(x*y)=\dfrac{10-\dfrac{100(x+y)}{xy+100}}{10+\dfrac{100(x+y)}{xy+100}}=\dfrac{10xy-100x-100y+1000}{10xy+100x+100y+1000}=\dfrac{xy-10x-10y+100}{xy+10x+10y+100}=$ | **3p** |
| | $=\dfrac{(x-10)(y-10)}{(x+10)(y+10)}=\dfrac{10-x}{10+x}\cdot\dfrac{10-y}{10+y}=f(x)f(y)$, pentru orice $x,\ y\in M$ | **2p** |
| **c)** | $f\left(\underbrace{x*x*...*x}_{\text{de 11 ori } x}\right)=f(0)$, deci $\underbrace{f(x)f(x)\ldots f(x)}_{\text{de 11 ori } f(x)}=f(0)\Leftrightarrow\left(f(x)\right)^{11}=1$ | **3p** |
| | $f(x)=1\Leftrightarrow 10-x=10+x$, deci $x=0$, care convine | **2p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $f'(x)=e^x\left(x^2-4x+1\right)+e^x(2x-4)=$ | **3p** |
| | $=e^x\left(x^2-2x-3\right)=e^x(x-3)(x+1),\ x\in\mathbb{R}$ | **2p** |
| **b)** | Tangenta la graficul funcției $f$ în $(x_0,f(x_0))$ este paralelă cu dreapta de ecuație $y=2020\Leftrightarrow f'(x_0)=0$ | **2p** |
| | $e^{x_0}(x_0-3)(x_0+1)=0\Leftrightarrow x_0=-1$ sau $x_0=3$ | **3p** |
| **c)** | $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0,\ f(-1)=\dfrac{6}{e},\ f(3)=-2e^3$ și $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ | **2p** |
| | Cum $f$ este continuă pe $\mathbb{R}$ și $f$ este strict monotonă pe $(-\infty,-1)$, pe $(-1,3)$ și pe $(3,+\infty)$, graficul funcției $f$ intersectează dreapta de ecuație $y=a$ în exact trei puncte $\Leftrightarrow f(x)=a$ are exact trei soluții reale $\Leftrightarrow a\in\left(0,\dfrac{6}{e}\right)\cap\left(-2e^3,\dfrac{6}{e}\right)\cap\left(-2e^3,+\infty\right)=\left(0,\dfrac{6}{e}\right)$ | **3p** |
| **2.a)** | $F:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$ este o primitivă a funcției $f\Rightarrow F'(x)=f(x)=\ln x+\dfrac{1}{\ln x},\ x\in(1,+\infty)$ | **2p** |
| | $F'(x)>0$, pentru orice $x\in(1,+\infty)$, deci $F$ este strict crescătoare pe intervalul $(1,+\infty)$ | **3p** |
| **b)** | $\displaystyle\int_e^{e^2}\frac{1}{x}\left(f(x)-\ln x\right)dx=\int_e^{e^2}\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{\ln x}dx=\ln(\ln x)\Big\|_e^{e^2}=$ | **3p** |
| | $=\ln 2-\ln 1=\ln 2$ | **2p** |
| **c)** | $\displaystyle\int_e^a\ln x\,dx=x\ln x\Big\|_e^a-\int_e^a x\cdot\frac{1}{x}dx=a\ln a-e-(a-e)=a\ln a-a$ | **3p** |
| | $a\ln a-a=2a\Leftrightarrow a(\ln a-3)=0$ și, cum $a>e$, obținem $a=e^3$ | **2p** |