

Examenul de bacalaureat național 2020  
Proba E. c)

Matematică *M\_mate-info*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2} \Rightarrow 2a_2 = a_1 + a_3$ $a_1 + a_2 + a_3 = 3a_2 \Leftrightarrow 30 = 3a_2 \Leftrightarrow a_2 = 10$	3p 2p
2.	$f(3) = 0$ $(f \circ f)(3) = f(f(3)) = f(0) = 9$	2p 3p
3.	$(x-6)(x+6) = 2^6 \Rightarrow x^2 - 36 = 64 \Rightarrow x^2 - 100 = 0$ $x = -10$ , care nu convine; $x = 10$ , care convine	3p 2p
4.	Cifra zecilor, fiind nenulă, se poate alege în 5 moduri Pentru fiecare alegere a cifrei zecilor, cifra unităților se poate alege în câte 5 moduri, deci se pot forma $5 \cdot 5 = 25$ de numere	2p 3p
5.	$\overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{CD} + \frac{1}{2}\overline{CB}$ Cum $\overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{CA}$ , obținem $\overline{CE} = \frac{1}{4}\overline{CA} + \frac{1}{2}\overline{CB} = \frac{1}{4}\overline{CA} - \frac{1}{2}\overline{BC}$	3p 2p
6.	$C = \pi - (A + B) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\frac{AB}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = 2$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 4 + (-1) + 2 - 4 - (-1) - 2 = 0$	2p 3p
b)	$\det(A(a)) = 2(a^2 - 1)$ , pentru orice număr real $a$ $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$ , deci matricea $A(a)$ are rangul 2 $\Leftrightarrow \det(A(a)) = 0$ , de unde obținem $a = -1$ sau $a = 1$	2p 3p
c)	Sistemul are soluție unică $(x_0, y_0, z_0)$ , deci $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ și soluția sistemului este $\left(\frac{2}{a+1}, 1, \frac{2}{a+1}\right)$ $\left(\frac{2}{a+1}\right)^2 + 1 + \left(\frac{2}{a+1}\right)^2 = 3$ și, cum $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ , obținem $a = -3$	3p 2p

<b>2.a)</b>	$x * y = xy - \frac{x}{2} - \frac{y}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} =$ $= x \left( y - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \left( y - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} = \left( x - \frac{1}{2} \right) \left( y - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2}, \text{ pentru orice numere reale } x \text{ și } y$	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<b>b)</b>	$\left( \frac{1}{x} - \frac{1}{2} \right) \left( x - \frac{1}{2} \right) \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{2} \right) = \left( x - \frac{1}{2} \right) \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{2} \right) \left( x - \frac{1}{2} \right) \Leftrightarrow \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{2} \right) \left( x - \frac{1}{2} \right) \left( \frac{1}{x} - x \right) = 0$ $\frac{1}{x} - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = 2$ $x - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{x} - x = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ sau } x = 1$	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>c)</b>	<p>Presupunem că există <math>x</math> și <math>y</math> numere întregi, astfel încât <math>x</math> să fie simetricul lui <math>y</math>, deci</p> $x * y = e, \text{ de unde obținem } \left( x - \frac{1}{2} \right) \left( y - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ $\left( x - \frac{1}{2} \right) \left( y - \frac{1}{2} \right) = 1 \Rightarrow (2x-1)(2y-1) = 4, \text{ ceea ce nu convine, deoarece } x \text{ și } y \text{ sunt}$ <p>numere întregi și 4 este număr par</p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = 2x - 8 + \frac{8}{x} =$ $= \frac{2x^2 - 8x + 8}{x} = \frac{2(x-2)^2}{x}, x \in (0, +\infty)$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>b)</b>	<p>Dreapta este paralelă cu tangenta la graficul funcției <math>f</math> în punctul de abscisă <math>x = 2</math>, deci are panta egală cu <math>f'(2)</math></p> <p>Cum <math>f'(2) = 0</math>, ecuația dreptei este <math>y = 3</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<b>c)</b>	<p><math>f'(x) \geq 0</math>, pentru orice <math>x \in (0, +\infty) \Rightarrow f</math> este crescătoare pe <math>(0, +\infty)</math> și, cum <math>f(2) = 0</math>, obținem <math>f(a) \geq 0</math>, pentru orice <math>a \in [2, +\infty)</math></p> <p><math>f(a) \geq 0 \Rightarrow g(a) \geq h(a) \Rightarrow b \geq c</math>, pentru orice <math>a \in [2, +\infty)</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<b>2.a)</b>	$\int_0^1 (x^2 + 4) f(x) dx = \int_0^1 (x^2 - 4) dx = \left( \frac{x^3}{3} - 4x \right) \Big _0^1 =$ $= \frac{1}{3} - 4 = -\frac{11}{3}$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>b)</b>	$F'(x) = f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}, F''(x) = f'(x) = \frac{16x}{(x^2 + 4)^2}, x \in \mathbb{R}, \text{ unde } F \text{ este o primitivă a lui } f$ <p><math>F''(x) \leq 0</math>, pentru orice <math>x \in (-\infty, 0]</math>, deci funcția <math>F</math> este concavă pe <math>(-\infty, 0]</math></p>	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>c)</b>	<p><math>x \in [1, 2] \Rightarrow x^n (x^2 - 4) \leq 0</math> și <math>\frac{1}{x^2 + 4} \geq \frac{1}{8}</math>, deci <math>x^n f(x) \leq \frac{1}{8} x^n (x^2 - 4)</math></p> $I_n \leq \int_1^2 \frac{1}{8} x^n (x^2 - 4) dx = \frac{1}{8} \left( \frac{x^{n+3}}{n+3} - \frac{4x^{n+1}}{n+1} \right) \Big _1^2 = \frac{1}{8} \left( -\frac{2^{n+4}}{(n+3)(n+1)} - \frac{1}{n+3} + \frac{4}{n+1} \right)$ <p>Cum <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{n+4}}{(n+3)(n+1)} = +\infty</math>, obținem <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = -\infty</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>2p</b></p> <p><b>1p</b></p>