

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Varianta 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p** 1. Határozd meg a $(b_n)_{n \geq 1}$ mértani haladvány állandó hányadosát ha $b_1 = 2$ és $b_4 = -2$.
- 5p** 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 3$ függvény. Igazold, hogy $f(0) = f(6)$.
- 5p** 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\log_3(x-2) = 1$ egyenletet!
- 5p** 4. Határozd meg annak a valószínűségét, hogy az $A = \{1, 2, 3, 7, 8, 9\}$ halmazból egy véletlenszerűen kiválasztott szám kisebb vagy egyenlő legyen az A halmaz elemeinek számtani közepénél!
- 5p** 5. Az xOy koordináta rendszerben adottak az $y = 3x - 1$ és $y = ax + 5$ egyenletű d_1 és d_2 egyenesek, ahol a egy valós szám. Határozd meg az a valós számot tudva azt, hogy a d_1 és d_2 egyenesek merőlegesek egymásra!
- 5p** 6. Adott az A -ban derékszögű ABC háromszög és $D \in AC$, a B szög szögfelezőjének talppontja. Ha $BD = CD$ igazold, hogy $m(\sphericalangle ACB) = 30^\circ$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = x + ay + 5$ műveletet, ahol a egy valós szám.

- 5p** 1. Igazold, hogy bármely a valós szám esetén $4 * 0 = 9$.
- 5p** 2. Igazold, hogy az $a = 1$ esetben a „ $*$ ” művelet asszociatív!
- 5p** 3. Határozd meg az a valós szám értékét, amelyre a „ $*$ ” kommutatív!
- 5p** 4. Igazold, hogy ha „ $*$ ” műveletnek van semleges eleme, akkor az $a = 1$.
- 5p** 5. Az $a = 1$ esetben határozd meg az x valós számokat, amelyekre $(x * x^2) * (x * x^2) = 15$.
- 5p** 6. Az $a = -3$ esetben határozd meg az x valós számokat, amelyekre $4^x * 2^x = 3$.

III. FELADASOR

(30 pont)

Adottak az $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ mátrixok.

- 5p** 1. Igazold, hogy $\det A = 9$.
- 5p** 2. Igazold, hogy $(A - I_2)(A - 9I_2) = O_2$.
- 5p** 3. Tekintsük a $B = A - 5I_2$ mátrixot. Igazold, hogy a $B \cdot B$ mátrix elemeinek összege osztható 2^5 -el!
- 5p** 4. Határozd meg az a valós értékeit, amelyekre $\det(aA + I_2) = 0$
- 5p** 5. Határozd meg az x és y valós számokat, amelyekre $A \cdot M = M \cdot A$, ahol $M = \begin{pmatrix} x & 1 \\ y & 2 \end{pmatrix}$.
- 5p** 6. Igazold, hogy $\det(A + xI_2) + \det(A - xI_2) \geq 18$, bármely x valós szám esetén!