

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică M_{șt-nat}

Varianta 6

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

ЗАВДАННЯ I

(30 балів)

- 56 1. Розглядають арифметичну прогресію $(a_n)_{n \geq 1}$ у якій $a_1 = 2$ і $r = 3$. Обчисліть a_3 .
- 56 2. Розглядають функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$. Визначте дійсні числа x для яких $f(x^2) = 9$.
- 56 3. У множині дійсних числах розв'яжіть рівняння $3^{2x+2} - 3^{2x} = 8$.
- 56 4. Обчисліть ймовірність того, що вибираюче одне число з множини $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ воно буде дільником числа 100.
- 56 5. Розглядають точку P на площині паралелограма $ABCD$. Докажіть, що $\overline{PA} + \overline{PC} = \overline{PB} + \overline{PD}$.
- 56 6. Докажіть, що $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$, для будь-якого дійсного числа x .

ЗАВДАННЯ II

(30 балів)

1. Розглядають матрицю $A(a) = \begin{pmatrix} 12+a & a \\ 1+a & 3+a \end{pmatrix}$, де a - дійсне число.
- 56 а) Докажіть, що $\det(A(0)) = 36$.
- 56 б) Знайдіть дійсні числа a , для яких $\det(A(a) - (12+a)I_2) = 0$, де $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 56 в) Розглядають матрицю $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ з властивістю, що $X \cdot X = A(0)$. Докажіть, що хоча б один елемент матриці X є ірраціональне число.
2. На множині дійсних чисел задають закон композиції $x \circ y = x + \sqrt[3]{y} - 2$.
- 56 а) Докажіть, що $1 \circ 1 = 0$.
- 56 б) Знайдіть дійсне число a , для якого $x \circ a = x$, для будь-якого дійсного числа x .
- 56 в) Знайдіть дійсні числа x для яких $x \circ x^6 = 4$.

ЗАВДАННЯ III

(30 балів)

1. Розглядають функцію $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2\sqrt{x^2 - 1}$.
- 56 а) Докажіть, що $f'(x) = 2x \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}\right)$, $x \in (1, +\infty)$.
- 56 б) Обчисліть $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - f(x)}{x}$.
- 56 в) Докажіть, що, вісь Ox є дотичною до графіка функції f .
2. Розглядають функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^2 + 2x + 2}$.
- 56 а) Докажіть, що $\int_0^1 (x^2 + 2x + 2) f(x) dx = \frac{1}{2}$.
- 56 б) Докажіть, що $\int_0^2 \left(f(x) + \frac{1}{x^2 + 2x + 2}\right) dx = \frac{1}{2} \ln 5$.
- 56 в) Докажіть, що $\int_1^e \left(\frac{1}{f(x)} - 2\right) \ln x dx = \frac{e^2 + 5}{4}$.