

**Examenul de bacalaureat național 2020**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Test 5**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

|           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                     |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| <b>1.</b> | $\left(3 - 3 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{5}{14} = \left(3 - \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{5}{14} =$<br>$= \frac{14}{5} \cdot \frac{5}{14} = 1$                                                                                                                                                        | <b>3p</b><br><b>2p</b>              |
| <b>2.</b> | $f(m) = 6 \Leftrightarrow m^2 + 2 = 6 \Leftrightarrow m^2 - 4 = 0$<br>$m = -2$ sau $m = 2$                                                                                                                                                                                                                                        | <b>3p</b><br><b>2p</b>              |
| <b>3.</b> | $14 - x = 3x + 6 \Rightarrow 4x = 8$<br>$x = 2$ , care convine                                                                                                                                                                                                                                                                    | <b>3p</b><br><b>2p</b>              |
| <b>4.</b> | Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile<br>În mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 2 numere care verifică inegalitatea dată, deci sunt 2 cazuri favorabile<br>$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{2}{90} = \frac{1}{45}$ | <b>2p</b><br><b>2p</b><br><b>1p</b> |
| <b>5.</b> | $AB = 5$ , $AC = 6$ , $BC = 5$<br>$P_{\Delta ABC} = AB + AC + BC = 5 + 6 + 5 = 16$                                                                                                                                                                                                                                                | <b>3p</b><br><b>2p</b>              |
| <b>6.</b> | $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ , $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$<br>$\sin 30^\circ \cos 30^\circ + 2 \sin 45^\circ \cos 45^\circ - \sin 60^\circ \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} + 2 \cdot \frac{2}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} = 1$    | <b>3p</b><br><b>2p</b>              |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

|             |                                                                                                                                                                                                                                                                            |                        |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| <b>1.a)</b> | $A(1) = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (-2) \cdot 2 - 1 \cdot 1 =$<br>$= -4 - 1 = -5$                                                                                              | <b>3p</b><br><b>2p</b> |
| <b>b)</b>   | $A(x) + A(-x) = \begin{pmatrix} x-3 & 1 \\ 1 & 3-x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -x-3 & 1 \\ 1 & 3+x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} =$<br>$= 2 \cdot \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = 2A(0)$ , pentru orice număr real $x$ | <b>3p</b><br><b>2p</b> |
| <b>c)</b>   | $\begin{pmatrix} (x-3)^2 + 1 & 0 \\ 0 & 1 + (3-x)^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix} \Leftrightarrow (x-3)^2 - 9 = 0$<br>$x = 0$ sau $x = 6$                                                                                                 | <b>3p</b><br><b>2p</b> |
| <b>2.a)</b> | $1 * 2 = 2 \cdot 1 + 2 - 3 \cdot 1 \cdot 2 =$<br>$= 2 + 2 - 6 = -2$                                                                                                                                                                                                        | <b>3p</b><br><b>2p</b> |

|           |                                                                                                                                                                                                                                                            |                        |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| <b>b)</b> | $x * (x-1) = 2x + (x-1) - 3x(x-1) = -3x^2 + 6x - 1$ , unde $x$ este număr real<br>$-3x^2 + 6x - 1 = -1 \Leftrightarrow -3x(x-2) = 0$ , deci $x = 0$ sau $x = 2$                                                                                            | <b>3p</b><br><b>2p</b> |
| <b>c)</b> | De exemplu, $a = \sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ și $b = -2\sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$<br>$a * b = 2 \cdot \sqrt{2} + (-2\sqrt{2}) - 3 \cdot \sqrt{2} \cdot (-2\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 12 = 12 \in \mathbb{N}$ | <b>2p</b><br><b>3p</b> |

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

|             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                        |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| <b>1.a)</b> | $f'(x) = 5x^4 - 20x^3 + 15x^2 =$<br>$= 5x^2(x^2 - 4x + 3) = 5x^2(x-3)(x-1)$ , $x \in \mathbb{R}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <b>2p</b><br><b>3p</b> |
| <b>b)</b>   | $f(1) = 1$ , $f'(1) = 0$<br>Ecuația tangentei este $y - f(1) = f'(1)(x-1)$ , adică $y = 1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | <b>2p</b><br><b>3p</b> |
| <b>c)</b>   | $f'(x) \geq 0$ , pentru orice $x \in [0,1] \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[0,1]$ și $f'(x) \leq 0$ , pentru orice $x \in [1,3] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[1,3]$<br>$f(0) = 0$ , $f(1) = 1$ și $f(3) = -27$ , deci $-27 \leq f(x) \leq 1$ , pentru orice $x \in [0,3]$                                                                                                                                                                                                                                          | <b>2p</b><br><b>3p</b> |
| <b>2.a)</b> | $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (e^x + 1) dx = (e^x + x) \Big _0^1 =$<br>$= (e + 1) - (1 + 0) = e$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <b>3p</b><br><b>2p</b> |
| <b>b)</b>   | Cum $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} (x^2 + x + 2) = 2$ , $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (e^x + 1) = 2$ și $f(0) = 2$ , obținem că<br>$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$ , deci funcția $f$ este continuă în $x = 0$<br>Cum funcția $f$ este continuă pe $(-\infty, 0)$ și pe $(0, +\infty)$ , obținem că $f$ este continuă pe $\mathbb{R}$ ,<br>deci funcția $f$ admite primitive pe $\mathbb{R}$ | <b>3p</b><br><b>2p</b> |
| <b>c)</b>   | $\int_{-1}^1 x f(x) dx = \int_{-1}^0 x(x^2 + x + 2) dx + \int_0^1 x(e^x + 1) dx = \int_{-1}^0 (x^3 + x^2 + 2x) dx + \int_0^1 (xe^x + x) dx =$<br>$= \left( \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + x^2 \right) \Big _{-1}^0 + \left( xe^x - e^x + \frac{x^2}{2} \right) \Big _0^1 = -\left( \frac{1}{4} - \frac{1}{3} + 1 \right) + \left( e - e + \frac{1}{2} \right) - (-1) = \frac{7}{12}$                                                                                                                                            | <b>2p</b><br><b>3p</b> |