

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Test 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{2}{3} + 1\right) - \left(2 - \frac{4}{3}\right) = 0$.
- 5p 2. Determinați numărul real m pentru care graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 3$ conține punctul $A(2, 5)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+4} - 2 = x$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele egale.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1, 1)$ și $B(2, -2)$. Determinați numărul real a , știind că punctele A , B și $C(4, a)$ sunt coliniare.
- 5p 6. Diagonala pătratului $MNPQ$ are lungimea de $6\sqrt{2}$. Calculați perimetrul acestui pătrat.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det(A - B) = 1$.
- 5p b) Demonstrați că matricea $C = A \cdot A + B \cdot B$ nu este inversabilă.
- 5p c) Determinați numerele reale x și y pentru care $A \cdot X = X \cdot B$, unde $X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ x & y \end{pmatrix}$.
2. Pe mulțimea $M = (0, +\infty)$ se definește legea de compoziție asociativă $x * y = \frac{xy + 1}{x + y}$.
- 5p a) Arătați că $1 * 1 = 1$.
- 5p b) Determinați numărul $x \in M$ pentru care $x * 2 = \frac{3}{2}$.
- 5p c) Calculați $\lg 2 * \lg 4 * \lg 6 * \lg 8 * \lg 10$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^{2020} + 1, & x \in (0, 1] \\ \frac{x+1}{x}, & x \in (1, +\infty) \end{cases}$.
- 5p a) Arătați că funcția f este continuă în $x_0 = 1$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că funcția f' este crescătoare pe $(1, +\infty)$.
2. Se consideră funcțiile $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{x}$ și $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = e^x \ln x$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^2 x f(x) dx = e(e-1)$.

5p b) Calculați $\int_e^{e^2} \frac{g(x)}{xe^x} dx$.

5p c) Demonstrați că $\int_1^e (f(x) + g(x)) dx = e^e$.