

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M\_tehnologic*

Varianta 3

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

TEIL I

(30 Puncte)

- 5p 1. Zeige, dass  $\left(10 + \frac{1}{2}\right)\left(10 - \frac{1}{2}\right) = \frac{399}{4}$ .
- 5p 2. Bestimme die Abszisse des Schnittpunktes der Grafen der Funktionen  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + 1$  und  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 10 - x$ .
- 5p 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung  $\log_7(x^2 + 13) = 2$ .
- 5p 4. Nach einer Ermäßigung um 20%, kostet ein Tablett 800 Lei. Bestimme den Preis des Tabletts vor der Ermäßigung.
- 5p 5. Gegeben sind im kartesischen Koordinatensystem  $xOy$  die Punkte  $A(2,1)$  und  $B(2,7)$ . Der Punkt  $M$  ist die Mitte der Strecke  $AB$ . Berechne die Länge der Strecke  $AM$ .
- 5p 6. Zeige, dass  $2\sin^2 30^\circ - \sin^2 45^\circ = 0$ .

TEIL II

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Matrix  $A(a) = \begin{pmatrix} a+1 & 1 \\ 1 & a-1 \end{pmatrix}$ , wo  $a$  eine reelle Zahl ist.
- 5p a) Zeige, dass  $\det(A(0)) = -2$ .
- 5p b) Zeige, dass  $A(a) \cdot A(-a) = (2 - a^2)I_2$ , für jede reelle Zahl  $a$ , wo  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p c) Bestimme die Matrix  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ , wenn  $A(1) \cdot X = A(2)$ .
2. Auf der Menge der reellen Zahlen definiert man die Verknüpfung  $x * y = x^2 + xy - x - y + 1$ .
- 5p a) Zeige, dass  $3 * 2 = 11$ .
- 5p b) Beweise, dass  $x * (-x) = 1$ , für jede reelle Zahl  $x$ .
- 5p c) Bestimme die reelle Zahl  $x$  für welche  $2^x * 4 = 1$ .

TEIL III

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + 2x + 2}$ .
- 5p a) Zeige, dass  $f'(x) = \frac{-2(x+1)}{(x^2 + 2x + 2)^2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Bestimme die Gleichung der horizontalen Asymptote gegen  $+\infty$  des Grafen der Funktion  $f$ .
- 5p c) Bestimme die Bildmenge der Funktion  $f$ .
2. Gegeben ist die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4}}$ .
- 5p a) Zeige, dass  $\int_0^1 f(x) \sqrt{x^2+4} dx = \frac{5}{2}$ .
- 5p b) Zeige, dass  $\int_0^1 (f^2(x) - 1) dx = 2 \ln \frac{5}{4}$ .
- 5p c) Bestimme  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , die Stammfunktion von  $f$  für welche  $F(0) = 0$ .