Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 6

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

TEIL I (30 Punkte)

5p **1.** Zeige, dass $\sqrt{3}\left(2\sqrt{3}+1\right)-\sqrt{3}=6$.

5p **2.** Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2-4x+2$. Bestimme die reellen Zahlen a sodass $f(a)=2$.

5p **3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\sqrt{x-1}=3$.

5p **4.** Nach einer Ermäßigung um 10%, kostet eine Ware 180 Lei. Bestimme den Anfangspreis der Ware.

5p **5.** Im kartesischen Koordinatensystem xOy seien die Punkte $A(4,1)$, $B(-4,1)$ und $C(0,4)$. Bestimme die Länge der Höhe aus der Ecke C in dem Dreieck ABC.

5p **6**. Zeige, dass $\sqrt{3}\cdot\sin 60°-\sqrt{2}\cdot\cos 45°=\frac{1}{2}$.

TEIL II (30 Punkte)

1. Gegeben sind die Matrizen $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 0 & 2\end{pmatrix}$ und $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Zeige, dass $\det A=2$.

5p **b)** Zeige, dass $3A-A\cdot A=2I_2$.

5p **c)** Bestimme die reelle Zahl x, sodass $(xA-I_2)(xA-I_2)=5A-I_2$.

2. Auf der Menge der reellen Zahlen definieren wir die Verknüpfung $x\circ y=x^2+(x+1)(y+1)+y^2$.

5p **a)** Zeige, dass $3\circ(-1)=10$.

5p **b)** Beweise, dass die Verknüpfung „$\circ$” kommutativ ist.

5p **c)** Beweise, dass $x\circ 1\geq 2$, für jede reelle Zahl x.

TEIL III (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Funktion $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=(x-1)\ln x$.

5p **a)** Zeige, dass $f'(x)=1-\frac{1}{x}+\ln x,\ x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Bestimme die Gleichung der Tangenten an das Schaubild der Funktion f in dem Punkt mit der Abszisse $x=1$, der auf dem Schaubild der Funktion f liegt.

5p **c)** Beweise, dass die Funktion f streng fallend auf dem Intervall $(0,1]$ ist.

2. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=1+\frac{x}{x^2+1}-\frac{2}{x^2+1}$.

5p **a)** Zeige, dass $\int_0^1\left(x^2+1\right)f(x)\,dx=-\frac{1}{6}$.

5p **b)** Bestimme die Stammfunktion F der Funktion f, sodass $F(0)=0$.

5p **c)** Zeige, dass $\int_1^2\left(f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)\right)dx=\ln\frac{5}{2}$.