

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 6

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy $\sqrt{3}(2\sqrt{3}+1) - \sqrt{3} = 6$.
- 5p 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4x + 2$ függvény. Határozd meg az a valós számokat, amelyekre $f(a) = 2$.
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\sqrt{x-1} = 3$ egyenletet!
- 5p 4. Egy 10% -os árcsökkentés után egy termék ára 180 lej. Határozd meg a termék eredeti árát!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(4,1)$, $B(-4,1)$ és $C(0,4)$ pontok. Határozd meg az ABC háromszög C csúcsához tartozó magasságának hosszát!
- 5p 6. Igazold, hogy $\sqrt{3} \cdot \sin 60^\circ - \sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = \frac{1}{2}$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ és $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok.
- 5p a) Igazold, hogy $\det A = 2$.
- 5p b) Igazold, hogy $3A - A \cdot A = 2I_2$.
- 5p c) Határozd meg az x valós számot, amelyre $(xA - I_2)(xA - I_2) = 5A - I_2$.
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = x^2 + (x+1)(y+1) + y^2$ műveletet.
- 5p a) Igazold, hogy $3 \circ (-1) = 10$.
- 5p b) Igazold, hogy a „ \circ ” művelet kommutatív!
- 5p c) Igazold, hogy $x \circ 1 \geq 2$, bármely x valós szám esetén!

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)\ln x$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $f'(x) = 1 - \frac{1}{x} + \ln x$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Határozd meg az f függvény grafikus képének $x=1$ abszcisszájú pontjában az f függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét!
- 5p c) Bizonyítsd be, hogy az f függvény csökkenő a $(0,1]$ intervallumon!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 + \frac{x}{x^2+1} - \frac{2}{x^2+1}$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\int_0^1 (x^2+1)f(x) dx = -\frac{1}{6}$.
- 5p b) Határozd meg az f függvénynek azt az F primitív függvényét, amelyre $F(0) = 0$.
- 5p c) Igazold, hogy $\int_1^2 \left(f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) \right) dx = \ln \frac{5}{2}$.