

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)
Matematică

Testul 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Számítsa ki az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladvány állandó különbségét, melyben $a_3 = 7$ és $a_7 = 15$.
- 5p 2. Adott az $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 3x - 5$ függvény. Határozza meg az x valós értékeit, amelyek $f(x) \geq 2f(1) + 4$.
- 5p 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $81^x = 3$ egyenletet!
- 5p 4. Számítsa ki: $\frac{A_6^2}{P_3}$.
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta rendszerben adottak az $A(0,3)$, $B(0,-5)$ és $C(4,-1)$ pontok. Mutassa ki, hogy az ACB háromszög, egyenlő szárú derékszögű!
- 5p 6. Igazolja, hogy $\frac{\operatorname{tg} 60^\circ}{\operatorname{ctg} 30^\circ \cdot \cos 45^\circ} = \sqrt{2}$.

SUBIECTUL II

(30 de puncte)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$ és $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok.
- 5p a) Mutassa ki, hogy $\det A = -1$.
- 5p b) Bizonyítsa be, hogy $A \cdot A = I_2$.
- 5p c) Határozza meg az $X \in M_2(\mathbf{R})$ mátrixot úgy, hogy $AX - I_2 = 2021A$.
2. A valós számok halmazán értelmezett az $x \circ y = xy - 5x - 5y + 30$ megfeleltetési törvény.
- 5p a) Mutassa ki, hogy $5 \circ 2021 = 5$.
- 5p b) Bizonyítsa be, hogy $x \circ y = (x-5)(y-5) + 5$, bármely x és y valós számok esetén!
- 5p c) Határozza meg az m és n egész számokat, melyekre $m^2 \circ n = 16$.

SUBIECTUL III

(30 de puncte)

1. Adott az $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = (x^2 - 8)e^x$ függvény.
- 5p a) Mutassa ki, hogy $f'(x) = (x-2)(x+4)e^x$, $x \in \square$.
- 5p b) Számítsa ki: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x)}{x-2}$.
- 5p c) Bizonyítsa be, hogy $x^2 \geq 8 - 4e^{2-x}$, bármely x valós szám esetén!
2. Adott az $f: \mathbf{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ függvény.
- 5p a) Mutassa ki, hogy $\int_1^2 f(x)(x+1) dx = \frac{1}{2}$.
- 5p b) Igazolja, hogy $\int_2^3 f(x) dx = 1 + \ln \frac{9}{16}$.
- 5p c) Határozza meg az $a > 1$ valós számot úgy, hogy $\int_1^a f(x)f'(x) dx = \frac{1}{8}$.