

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E.c)

Matematică *M_tehnologic*

Testul 8

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p** 1. Igazolja, hogy $\frac{2}{3} \cdot 0,3 + 3,2 : 4 = 1$.
- 5p** 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 6 - 4x$ függvény. Határozza meg az a valós számot, ha az $A(a, 2a)$ pont rajta van az f függvény grafikus képén!
- 5p** 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $\sqrt{x^2 - 2x + 16} = 4$ egyenletet!
- 5p** 4. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy az $A = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ halmaz tetszőleges n elemére, igaz legyen az $(n-2)(n-6) \geq 0$ egyenlőtlenség!
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adott az $A(-5, 0)$ és a $B(-1, 8)$ pont. Igazolja, hogy az OAM háromszög egyenlő szárú, ahol az M pont az AB szakasz felezőpontja!
- 5p** 6. Adott az $ABCD$ négyzet, amelyben az ABC háromszög területe 2. Számítsa ki az $ABCD$ négyzet kerületét!

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}$ és a $B(x) = \begin{pmatrix} x & 2 \\ -7 & x-4 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol x valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\det A = 0$.
- 5p** b) Határozza meg az x valós számot, amelyre $\det(B(x)) + \det(B(7) - A) = 0$.
- 5p** c) Határozza meg a $C \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixot, amelyre $xA - A \cdot B(x) = 14C$, bármely x valós szám esetén!
2. A valós számok halmazán értelmezett az $x * y = 6xy - 6x - 6y + 7$ asszociatív művelet.
- 5p** a) Igazolja, hogy $1 * 3 = 1$.
- 5p** b) Bizonyítsa be, hogy $e = \frac{7}{6}$ a „ $*$ ” művelet semleges eleme!
- 5p** c) Határozza meg azon m egész számok összegét, amelyekre igaz az $\frac{m}{2} * \left(-\frac{m}{3}\right) \geq 1$ egyenlőtlenség!

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + \frac{3}{x} + 4$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $f'(x) = \frac{3(x^2 - 1)(x^2 + 1)}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Határozza meg az f függvény monotonitási intervallumait!
- 5p** c) Igazolja, hogy az f konvex függvény!
2. Adott az $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\int_0^2 (x+1) f(x) dx = 4$.
- 5p** b) Számítsa ki $\int_1^3 \frac{f(x)}{x} dx$.
- 5p** c) Igazolja, hogy $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} f(x) \cdot f(-x) dx = 4(1 - \ln 3)$.